

ORSAY
n° d'ordre :
6636

UNIVERSITE DE PARIS-SUD
CENTRE D'ORSAY

THESE

présentée
pour obtenir

Le grade de DOCTEUR EN SCIENCE
Spécialité Physique des Solides

par

Richard DEBLOCK

SUJET :

Cohérence aux échelles mésoscopiques :
réponse électromagnétique d'anneaux isolés
et supercourants dans les nanotubes de carbone

Soutenue le 12 octobre 2001 devant la commission d'examen :

MM.	Y. Blanter	Rapporteur
	H. Bouchiat	
	C. Glattli	
	D. Mailly	
	G. Montambaux	Président
	B. Reulet	Invité
	M. Sanquer	Rapporteur

Remerciements

Cette thèse est le fruit du travail réalisé dans l'équipe d'Hélène Bouchiat, Bertrand Reulet et Sophie Guéron. Je leur suis très reconnaissant pour la patience et l'énergie dont ils ont toujours fait preuve à mon égard au cours de ces trois ans ainsi que pour l'ambiance très sympathique qu'ils maintiennent dans le groupe. Je tiens à exprimer ma gratitude à H. Bouchiat pour m'avoir encadré au cours de cette thèse et pour avoir toujours su se montrer disponible tant sur les expériences que pour les discussions. Merci à B. Reulet pour son dynamisme et l'inventivité dont il a fait preuve sur les expériences que nous avons réalisées ensemble et au cours des discussions que nous avons eues. Je le remercie aussi d'être revenu des Etats-Unis pour participer à mon jury de thèse. Je remercie S. Guéron pour nos nombreuses discussions et pour ses remarques pertinentes sur mon travail tant sur le fond que sur la forme. Je la remercie aussi d'avoir pris le temps de me former à la lithographie électronique.

Je remercie Y. Blanter et M. Sanquer d'avoir accepté d'être rapporteurs de ma thèse. Je suis très reconnaissant à G. Montambaux de son intérêt pour mon travail ainsi que pour avoir accepté d'être président de mon jury. Je remercie également C. Glattli pour sa participation à mon jury de thèse. Merci aussi à D. Mailly pour sa patience et son talent dans la fabrication de nombres d'échantillons étudiés au cours de cette thèse ainsi que d'avoir bien voulu être membre de mon jury.

La partie de ma thèse portant sur les nanotubes de carbone doit beaucoup à A. Kasumov qui nous a permis de disposer d'échantillons uniques. Je tiens également à le remercier pour sa bonne humeur et les rires sonores dont il a gratifié notre couloir.

Un grand merci à toute l'équipe Quantronique pour m'avoir laissé utiliser leur installation de nanofabrication ainsi que pour leurs conseils et leur aide au cours de ces fabrications.

Ce travail a largement bénéficié de nombreuses discussions scientifiques avec entre autres G. Montambaux, Y. Noat, M. Kociak, D. Ullmo, F. Piéchon.

Au cours de cette thèse j'ai eu l'occasion d'enseigner dans deux services différents. Je voudrais remercier l'ensemble des équipes enseignantes de chacun d'eux et tout particulièrement B. Pansu et H. Ngo.

Je remercie vivement pour leur soutien technique M. Nardone, P. Aymard, O. Duarte ainsi que les membres de l'atelier.

Je tiens à remercier l'administration pour leur aide efficace en maintes occasions. Je remercie Y. Dufour pour sa patience et sa gentillesse face à mes demandes de reprographie.

Merci aux doctorants, post-doc et ATER que j'ai côtoyés pendant ma thèse : Mathieu

(pour la course et les échanges d'impression), Yves, Laurent, Fabrice, Stéphanie, Dorothée, Christophe, Philippe et bien d'autres.

Un grand merci aussi au bout du couloir 3ème aile nord pour la sympathique ambiance du dit couloir et pour les nombreux repas pris en commun.

Enfin je remercie ma famille pour son soutien ainsi que mes amis.

Table des matières

1	Résumé de la thèse	9
1.1	Réponses magnétique et électrique d'anneaux isolés	9
1.1.1	Anneaux semi-conducteurs	10
1.1.2	Anneaux métalliques	14
1.1.3	Effets non-linéaires	14
1.2	Supercourant dans des nanotubes de carbone	14
1.3	Organisation de la thèse	18
2	Introduction	19
2.1	Cohérence de phase	20
2.2	Différentes approches théoriques	20
2.3	Conductance aux échelles mésoscopiques : systèmes connectés	22
2.4	Interférences quantiques	23
2.4.1	Conductance d'un anneau	24
2.4.2	Localisation faible	26
2.4.3	Effet du couplage spin-orbite	28
2.5	Propriétés d'échantillons non connectés	29
2.5.1	Spectre discret	30
2.5.2	Ensemble canonique et grand canonique	32
2.6	Réponse magnétique orbitale : les courants permanents	33
2.6.1	Anneau 1D	33
2.6.2	Anneau réel	36
2.6.3	Mesure des courants permanents	37
2.7	Réponse électrique : magnétopolarisabilité	38
2.8	Effet de fréquence finie	40
2.9	Effet de proximité dans les nanotubes de carbone	42
2.9.1	Réflexion d'Andreev	42
2.9.2	Cas d'une jonction longue balistique	44
2.9.3	Prédictions pour des jonctions SNS	48

I	Réponse électrique et magnétique d'anneaux mésoscopiques	51
1	Dispositif expérimental	55
1.1	Micro-résonateur supraconducteur	55
1.2	Couplage électrique	58
1.3	Couplage magnétique	58
1.4	Mesure des propriétés du résonateur	59
1.4.1	Détection de la fréquence de résonance	59
1.4.2	Mesure du facteur de qualité	60
1.4.3	Estimation des champs vus par les anneaux	61
2	Anneaux semi-conducteurs	63
2.1	Hétérojonction AlGaAs/GaAs	63
2.2	Fabrication des anneaux	63
2.3	Effet de l'éclairement	64
3	Magnétopolarisabilité	69
3.1	Résultats expérimentaux	69
3.2	Magnétopolarisabilité d'anneaux mésoscopiques	70
3.2.1	Ensemble Grand Canonique	72
3.2.2	Ensemble Canonique	74
3.3	Effet de la température	76
3.4	Effet de l'éclairement	77
4	Absorption électrique	81
5	Magnétisme orbital	85
5.1	Dépendance en flux du magnétisme orbital	85
5.2	Lien avec les courants permanents	86
5.3	Effet de fréquence finie	87
5.4	Effet de l'éclairement	89
6	Réponse magnétique d'anneaux métalliques	93
6.1	Fabrication de l'échantillon	94
6.2	Magnétisme orbital des anneaux d'argent	96
6.3	Interprétation	97
7	Effet Photovoltaïque	101
7.1	Effet PV sur un anneau Aharonov-Bohm	102
7.1.1	Dispositif expérimental	104
7.1.2	Résultats	105
7.2	Effet photovoltaïque sur une grille	110
8	Conclusions et perspectives	115

II	Supraconductivité induite dans les nanotubes de carbone	117
1	Les nanotubes de carbone	119
1.1	Introduction	119
1.1.1	Description des nanotubes monoparois	119
1.1.2	Différentes formes de nanotubes de carbone	120
1.1.3	Méthodes de fabrication	120
1.2	Transport électronique dans les nanotubes	123
1.2.1	Relation de dispersion d'un nanotube monoparoi	123
1.2.2	Densité d'état	126
1.2.3	Les nanotubes de carbone : des conducteurs unidimensionnels?	126
1.3	Méthode de fabrication des contacts	126
1.3.1	Tubes déposés	128
1.3.2	«Soudure» des tubes	128
2	Supercourant dans des nanotubes de carbone	131
2.1	Jonction SNS avec des cordes de nanotubes	133
2.2	Jonctions SNS avec des nanotubes individuels	140
2.3	Analyses et conclusions	145
III	Annexes	147
A	Modélisation du couplage anneaux-résonateur	149
A.1	Estimation du couplage magnétique	149
A.2	Estimation du couplage électrique	150
B	Magnétopolarisabilité d'un anneau quasi-1D	153
C	Résultats sur quelques fonctions de corrélation dans les systèmes diffusifs.	155
C.1	Corrélation entre niveaux d'énergie	155
C.1.1	Corrélation à deux niveaux	155
C.1.2	Corrélation à trois niveaux	155
C.2	Corrélations entre fonctions d'onde	156
C.2.1	Corrélations diagonales	156
C.2.2	Corrélations non-diagonales	157
D	Modèle d'Anderson	159
E	Publications	161

Chapitre 1

Résumé de la thèse

Aux échelles mésoscopiques et à basse température, les fonctions d'onde électroniques, dans un échantillon métallique, conservent une phase bien définie sur une longueur L_Φ , la longueur de cohérence de phase, qui peut être de l'ordre de la taille L de l'échantillon. Les propriétés de transport et les propriétés thermodynamiques de tels systèmes sont modifiées par les interférences électroniques au sein du matériau. Dans une géométrie annulaire, ces corrections sont révélées par un comportement périodique en fonction du flux magnétique Φ au travers de l'anneau avec une échelle de flux déterminée par le quantum de flux $\Phi_0 = h/e$. En effet on peut montrer que la phase accumulée par la fonction d'onde d'un électron le long d'une trajectoire qui fait le tour de l'anneau est $2\pi\Phi/\Phi_0$. Le flux magnétique est donc un moyen de modifier la phase électronique et par voie de conséquence les interférences électroniques [1, 2].

Dans des échantillons connectés, à cause du fort couplage du système avec l'environnement de mesure, les corrections dues à la cohérence quantique restent petites et les propriétés du système sont donc dominées par les effets classiques. Au contraire dans la limite de faible couplage, lorsque l'échantillon n'est pas connecté, les effets liés à la cohérence quantique peuvent être prépondérants. Une partie de cette thèse a consisté en la mise en évidence de tels effets sur des anneaux désordonnés isolés en mesurant la dépendance en fonction du flux magnétique de leur réponse électrique et magnétique.

1.1 Réponses magnétique et électrique d'anneaux isolés

La réponse électrique α , ou polarisabilité, d'un système relie le dipôle électrique \mathbf{d} induit au champ électrique \mathbf{E} appliqué au système. Plus précisément, on peut écrire dans le cadre de la réponse linéaire :

$$\mathbf{d} = \alpha\mathbf{E}$$

La polarisabilité est une mesure de l'écrantage du système électronique. En effet les électrons, soumis au champ \mathbf{E} , vont écranter ce champ et ainsi annuler au sein de l'échantillon le champ électrique total, somme du champ appliqué et du champ induit. Pour ce faire il y

a accumulation de charges sur les bords de l'échantillon, d'où un dipôle induit. Classiquement la polarisabilité est essentiellement déterminée par le volume du système. Du fait de la compressibilité finie du gaz électronique il existe de plus une correction négative qui est de l'ordre de λ_s/L avec λ_s la longueur d'écrantage [3,4]. L'existence d'une correction due à la cohérence de phase sur la polarisabilité moyenne n'a été prévue que très récemment par Efetov [5], Noat *et al.* [6] et Blanter et Mirlin [7]. Une telle signature de la cohérence de phase n'était *a priori* pas prévisible. En effet, dans un modèle naïf, on pourrait penser que cette signature est liée à la dépendance en flux de la longueur d'écrantage dans une géométrie annulaire du fait de la cohérence quantique. Or λ_s est essentiellement déterminée par la densité d'états au niveau de Fermi, quantité qui est indépendante du flux magnétique une fois moyennée sur le désordre.

La réponse magnétique orbitale est associée, à fréquence nulle, à la notion de courant permanent. L'énergie E_0 de l'état fondamental dans un anneau dépendant du flux magnétique, il existe donc un courant I qui circule dans l'anneau en présence de flux :

$$I = -\frac{dE_0}{d\Phi}$$

Ce courant non-dissipatif, qui est une propriété d'équilibre du système, est à mettre en relation avec le courant circulant dans des molécules aromatiques en présence de champ magnétique [8] à ceci près que cet effet existe dans des anneaux métalliques de la taille du micron.

La mesure des ces deux types de réponse est faite en couplant les anneaux avec un micro-résonateur supraconducteur dont la partie capacitive et la partie inductive sont séparées physiquement. Les modifications des propriétés du résonateur permettent de remonter aux parties réelles et imaginaires de la réponse des anneaux. Ces mesures ont porté sur deux types d'anneaux, d'une part des anneaux gravés dans une hétérojonction semi-conductrice GaAs/AlGaAs de grande mobilité et, d'autre part, dans des anneaux métalliques en argent. De par notre système de détection la mesure se fait à fréquence finie, entre 200 et 400 MHz. Les expériences sont effectuées à basse température ($18 \text{ mK} < T < 100 \text{ mK}$).

1.1.1 Anneaux semi-conducteurs

Les anneaux GaAs que nous avons mesurés ont une taille de l'ordre du micron et sont semi-balistiques. Ils sont en effet diffusifs le long de l'anneau et balistiques dans la direction transverse. Nous avons utilisé la possibilité de modifier la densité électronique dans de tels systèmes en les éclairant avec une diode électroluminescente. L'échantillon est constitué de 10^5 anneaux.

Correction à l'écrantage électrique

Pour la mesure de la correction due à la cohérence quantique sur la réponse électrique des anneaux, ceux-ci sont placés sur la partie capacitive du résonateur, comme schématisé sur l'insert gauche de la figure 1.1. La dérivée de la variation de la fréquence de résonance

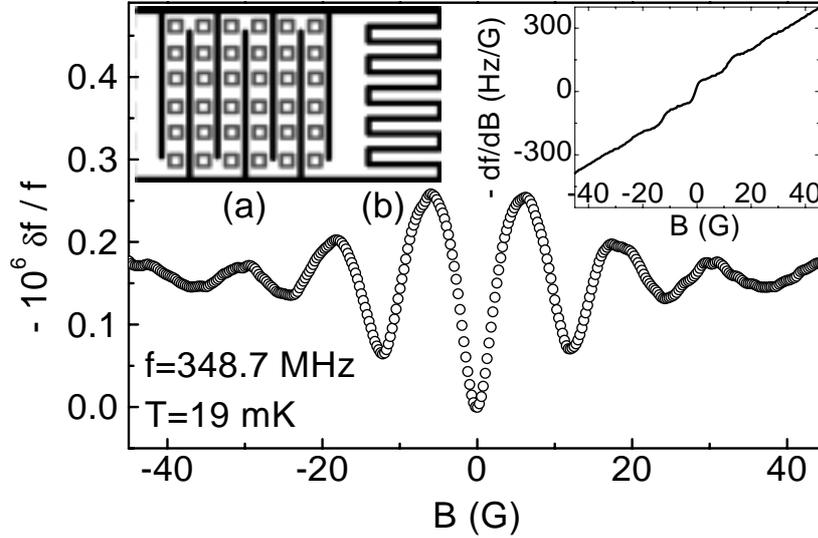


FIG. 1.1 – Variation en fonction du champ magnétique de la fréquence de résonance due aux anneaux. Cette variation est directement proportionnelle à la correction liée à la cohérence quantique de la réponse électrique des anneaux. Insert gauche : schéma d'un micro-résonateur supraconducteur couplé capacitivement aux anneaux. La capacitance (a) est physiquement séparée de l'inductance (b). Insert droit : dépendance en champ magnétique de la dérivée par rapport au champ magnétique de la fréquence de résonance du résonateur avec les anneaux.

du résonateur avec les anneaux fait apparaître un comportement essentiellement linéaire en champ magnétique, qui est dû au caractère supraconducteur du résonateur, auquel se superpose un comportement oscillant attribué aux anneaux (insert droit de la figure 1.1). Cette dernière composante, une fois intégrée (figure 1.1), est directement proportionnelle à la variation en flux de la polarisabilité α . Le fait que cette quantité ait un comportement périodique avec le champ magnétique révèle l'existence d'une correction due à la cohérence quantique sur l'écrantage électrique. La périodicité du signal, correspondant à un demi quantum de flux dans la surface de l'anneau, est compatible avec un effet moyenné sur le désordre du fait du grand nombre d'anneaux considérés. Cette correction est positive à bas champ, signe que l'écrantage est augmenté lorsque la symétrie par renversement du temps est brisée par le champ magnétique. Les prédictions théoriques pour des anneaux isolés à fréquence finie conduisent à une magnétopolarisabilité moyenne $\delta_\Phi \alpha$ positive dont l'ordre de grandeur pour un anneau de longueur L et de largeur W est :

$$\frac{\delta_\Phi \alpha}{\alpha_{1D}} = f\left(\frac{L}{W}\right) \frac{\lambda_s}{W} \frac{1}{g} G(\omega)$$

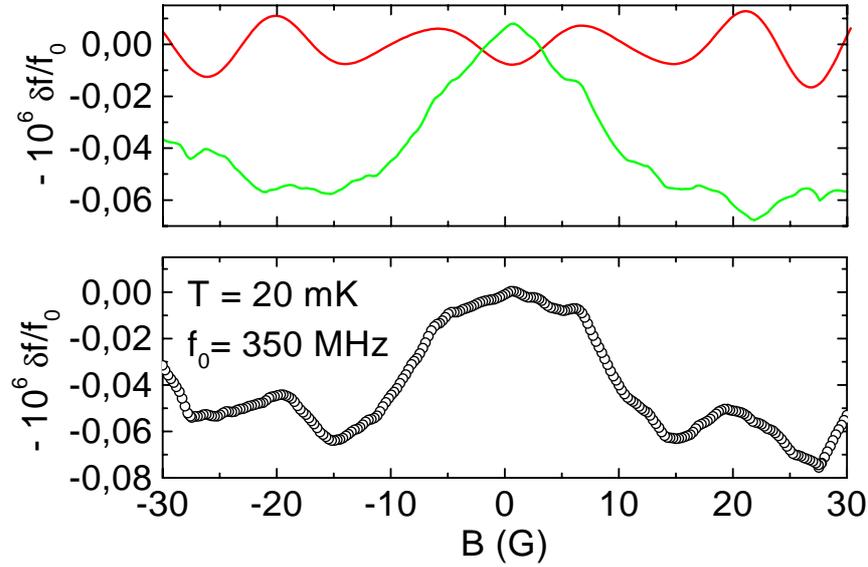


FIG. 1.2 – *Courbe du bas : variation de la fréquence de résonance due aux anneaux à 20 mK et sans éclairage. Courbe du haut : le signal précédent est décomposé en une partie périodique, présentant une périodicité compatible avec un demi quantum de flux dans la surface de l’anneau, et une partie apériodique.*

$f(L/W)$ est un facteur géométrique, g la conductance du système en unité de e^2/h et α_{1D} la polarisabilité calculée d’un anneau circulaire. $G(\omega)$ est un facteur correctif qui prend en compte l’effet de la fréquence et qui, dans notre cas, est de l’ordre de 1. L’ordre de grandeur et le signe de l’effet mesuré sont compatibles avec cette prédiction. La longueur de cohérence de phase déduite de ces mesures est bien plus grande que celle mesurée sur des échantillons connectés et possède une dépendance en température compatible avec l’élargissement des niveaux d’énergie dans une boîte quantique du fait des interactions électron-électron. L’effet de l’éclairage des anneaux est qualitativement en accord avec la dépendance en $1/g$ de l’effet.

La partie dissipative de la réponse électrique présente également une correction due à la cohérence quantique, dont le signe conduit à une magnétoconductance négative, c’est à dire opposée à la localisation faible. Ce signe particulier est à mettre en relation avec la statistique des niveaux d’énergie dans un système diffusif dans une limite de spectre discret.

Correction au magnétisme orbital

Lorsque les anneaux sont couplés à la partie inductive du résonateur l’expérience donne accès à la correction due à la cohérence quantique sur le magnétisme orbital. La variation de fréquence de résonance due aux anneaux (figure 1.2, partie basse) est décomposée en

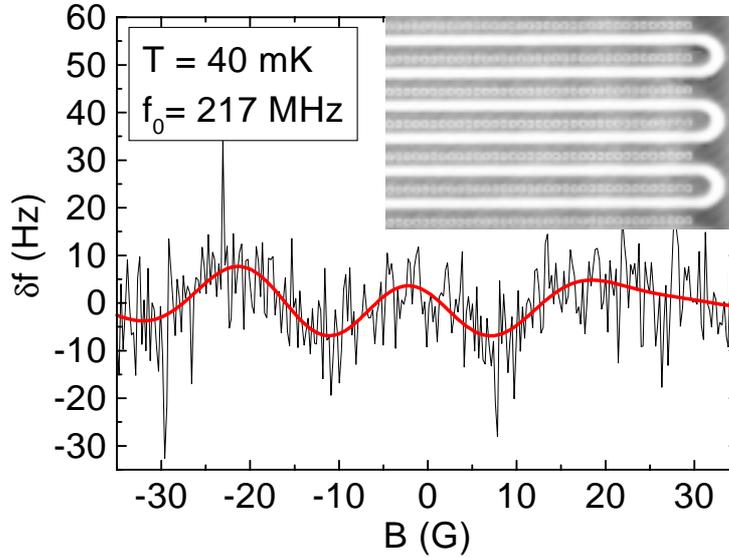


FIG. 1.3 – Variation de la fréquence de résonance due aux anneaux d'argent en fonction du champ magnétique. Insert: photographie optique des anneaux d'argent alignés sur le résonateur.

une composante oscillante présentant la périodicité attendue, à savoir un demi quantum de flux dans la surface de l'anneau, et une composante aperiodique (figure 1.2, partie haute). Cette variation de fréquence est directement proportionnelle à la susceptibilité magnétique des anneaux. La partie oscillante est attribuée aux trajectoires enserrant l'anneau tandis que la partie aperiodique correspond aux trajectoires confinées dans la largeur de l'anneau. En analysant la partie oscillante dans un modèle considérant que le signal est relié à la dérivée par rapport au flux magnétique des courants permanents, on trouve des courants *diamagnétiques* de l'ordre de 0.2 nA. Le signe du courant n'est pas compatible avec les prédictions théoriques dans le cadre d'électrons sans ou avec interaction. Une piste possible serait la prise en compte d'effets non linéaires ainsi que d'effets de fréquence finie.

Les mesures présentées jusqu'à présent concernent des anneaux bidimensionnels semi-ballistiques avec un faible nombre d'électrons (≈ 1000) et dans une limite de spectre discret. Nous nous sommes intéressés également à la mesure de la réponse magnétique sur des anneaux métalliques en argent qui permettent d'avoir accès à une limite différente. En l'occurrence, les anneaux d'argent sont diffusifs et se placent dans une limite de spectre continu. De plus, l'argent présente un fort couplage spin-orbite qui peut induire, selon les modèles théoriques, un changement de signe de la susceptibilité magnétique orbitale.

1.1.2 Anneaux métalliques

L'échantillon utilisé pour la mesure de la réponse magnétique orbitale des anneaux d'argent est montré sur la photographie optique de la figure 1.3. Il est constitué d'environ 10^5 anneaux alignés sur la partie inductive d'un résonateur supraconducteur. Dans ces conditions, le signal obtenu (figure 1.3) conduit à des courants permanents également *diamagnétiques* de l'ordre de 0.3 nA. Le signe de l'effet est en contradiction avec les prédictions théoriques y compris celles basées sur des effets non linéaires dans une limite de fort couplage spin-orbite. La fréquence est sans doute un ingrédient important dans le système que nous considérons, en particulier nous pourrions mesurer en plus des courants permanents une composante liée à la partie imaginaire de la conductance dans la limite $\omega\tau_\Phi \geq 1$, avec τ_Φ le temps de cohérence de phase.

On remarquera que le signe et l'ordre de grandeur des courants mesurés sont similaires dans les anneaux GaAs et dans les anneaux métalliques alors que les prédictions théoriques laissaient présager une réponse plus importante dans les anneaux GaAs. Cette différence est attribuée au régime en fréquence qui est très différent dans ces deux types de systèmes.

1.1.3 Effets non-linéaires

Une des analyses récentes des courants permanents fait intervenir de manière cruciale les non-linéarités d'un système mésoscopique [9]. Ainsi des anneaux soumis à un flux magnétique haute fréquence pourraient être le siège de courants DC, impairs en flux, résultant du redressement du signal AC, qui ne peuvent être distingués de courants permanents. Nous nous sommes intéressés à ce type d'effet de redressement en mesurant la tension DC qui apparaît aux bornes d'un échantillon connecté soumis à un rayonnement hyperfréquence. Cet effet, l'effet photovoltaïque (PV), a été mesuré sur un anneau et sur une grille permettant ainsi de comparer l'effet PV typique et moyen. Nos mesures semblent indiquer, sur l'effet PV de la grille, l'existence d'une composante impaire et périodique en champ, avec une période correspondant à un demi quantum de flux dans la surface d'une cellule de la grille.

1.2 Supercourant dans des nanotubes de carbone

Dans une géométrie annulaire, un flux magnétique permet de modifier les conditions aux limites pour les fonctions d'onde électroniques. Une autre façon d'imposer ces conditions aux limites est de connecter un système à des contacts supraconducteurs. En effet les excitations électroniques dans un supraconducteur ne pouvant exister pour des énergies, repérées par rapport au niveau de Fermi, inférieures au «gap» supraconducteur, un électron, avec une énergie légèrement supérieure au niveau de Fermi, incident sur une interface entre une zone normale et une zone supraconductrice ne peut pénétrer dans le supraconducteur et est réfléchi sous la forme d'un trou, l'excédent de charge étant emporté sous la forme d'une paire de Cooper dans le supraconducteur : c'est la réflexion d'Andreev. Dans ce processus l'état du trou réfléchi est corrélé à celui de l'électron incident avec une phase qui

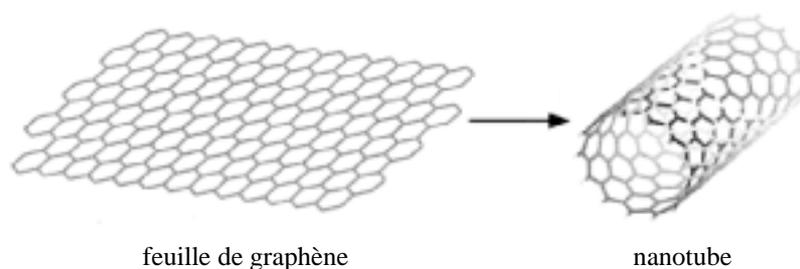


FIG. 1.4 – *Un nanotube de carbone peut être vu comme résultant de l’enroulement d’une feuille de graphène.*

est déterminée par la phase du paramètre supraconducteur. Si la zone normale est comprise entre deux supraconducteurs un électron va se réfléchir en trou à une interface, trou qui va à son tour se réfléchir sous la forme d’un électron sur l’autre interface. Comme chaque réflexion se fait avec un facteur de phase lié à la phase du paramètre supraconducteur, l’état qui va résulter de ces réflexions multiples est un état corrélé électron-trou dont la phase est déterminée par la différence des phases supraconductrices des contacts. La signature de cet état corrélé est l’existence d’un supercourant traversant la jonction supraconducteur-normal-supraconducteur. Ce courant est non dissipatif car il ne s’accompagne d’aucune chute de tension aux bornes de la jonction. Toutefois pour qu’un tel courant puisse exister il faut que la paire électron-trou demeure corrélée sur une longueur au moins égale à la longueur de la zone normale. L’amplitude du supercourant dépend donc de l’ensemble des phénomènes agissant sur la cohérence dans la partie normale. L’existence d’un supercourant est un test de la cohérence dans le système étudié.

Le système que nous avons considéré est un nanotube de carbone. On peut voir un tel tube comme résultant de l’enroulement d’une bande découpée dans une feuille de graphène (figure 1.4). Du fait des conditions imposées à la fonction d’onde électronique par l’enroulement de la bande de graphène, la relation de dispersion d’un nanotube conduit, pour certains types de repliements, à un comportement métallique unidimensionnel. Aussi les nanotubes de carbone se présentent-ils comme des systèmes modèles pour l’étude du transport à une dimension. Pour tester la possibilité d’avoir un transport cohérent dans un tel système, nous avons connecté des nanotubes de carbone à des contacts supraconducteurs.

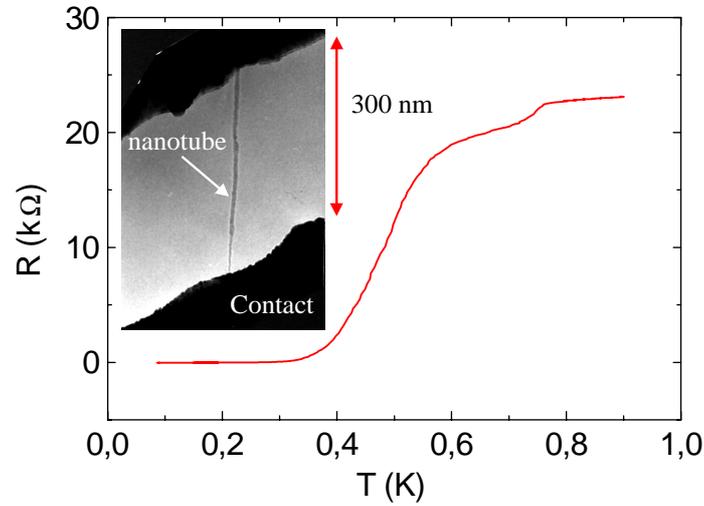


FIG. 1.5 – *Résistance en fonction de la température de la résistance d'une jonction supraconducteur-nanotube-supraconducteur. Insert: image obtenue par microscopie électronique en transmission d'un nanotube suspendu entre deux contacts supraconducteurs.*

La technique utilisée, développée par A. Kasumov, permet d'obtenir des tubes suspendus et «soudés» aux contacts (image de la figure 1.5). Le transport dans ces jonctions est de nature ohmique. Nous avons fabriqué des jonctions avec d'une part, des nanotubes mono-parois individuels et, d'autre part, des cordes de nanotubes, constituées d'une centaine de tubes individuels en parallèle. Nous présentons ici brièvement les résultats sur une jonction constituée d'un tube individuel (noté ultérieurement Au1).

La jonction supraconducteur-nanotube-supraconducteur transite à basse température vers un état de résistance nulle (figure 1.5) à une température qui est de l'ordre de la transition du contact supraconducteur. La caractéristique tension-courant présente une branche non-dissipative pour laquelle la tension aux bornes de la jonction est nulle alors que le courant qui la traverse est non nul (figure 1.6, partie haute). Cet effet se retrouve sous la forme d'une résistance différentielle nulle sur une plage de courant déterminée par le courant critique (figure 1.6, partie basse). Ces résultats montrent qu'il est possible d'induire de la supraconductivité dans un nanotube de carbone par effet de proximité. Les courants critiques mesurés, qui correspondent au passage d'un comportement non-dissipatif à un comportement dissipatif, dans de tels systèmes sont étonnamment élevés par rapport à ce qui est attendu dans des jonctions SNS constituées d'un métal normal. Ces jonctions présentent également des comportements avec la température ou le champ magnétique originaux.

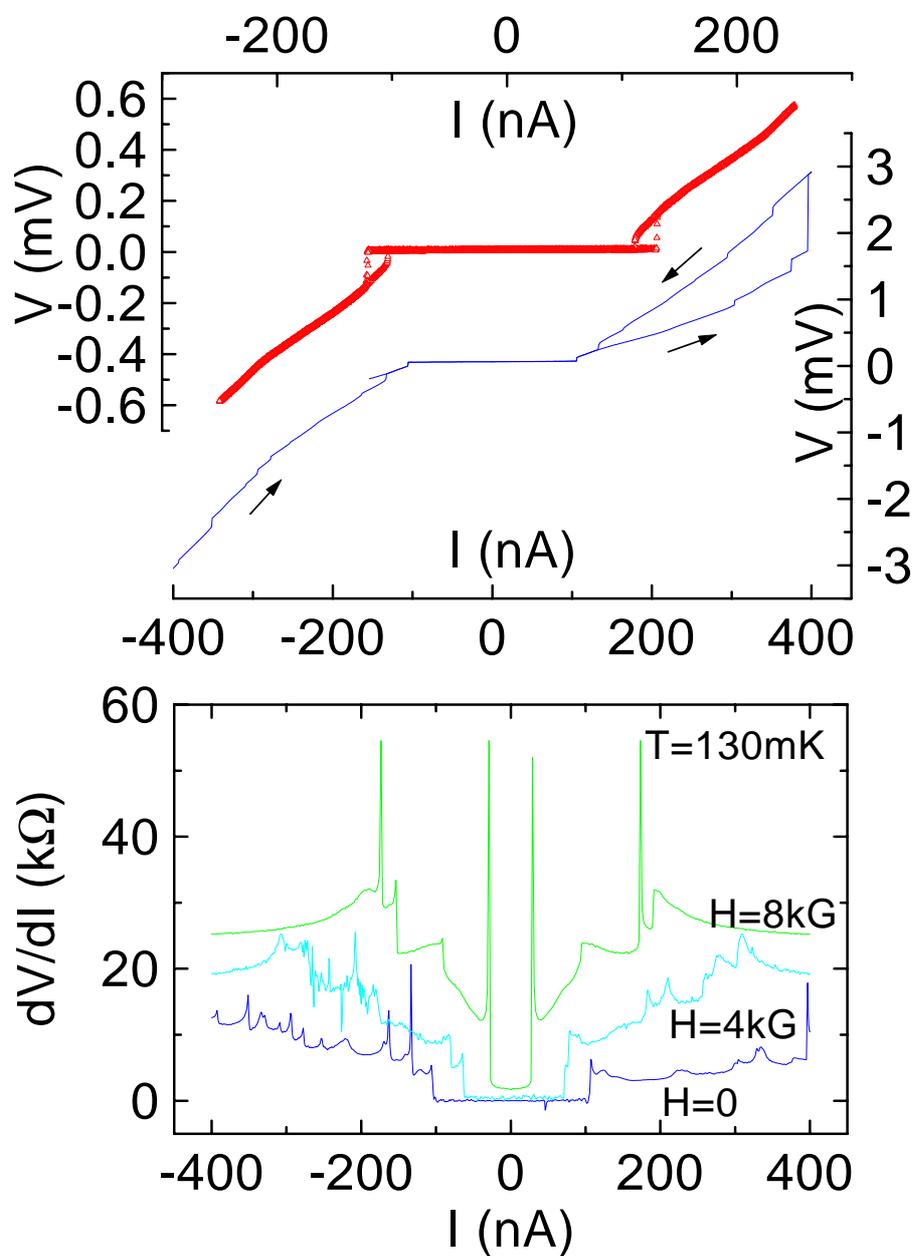


FIG. 1.6 – En haut : caractéristique tension-courant de l'échantillon Au1. Les deux courbes correspondent à des vitesses de balayage du courant différentes. En bas : résistance différentielle du même échantillon.

1.3 Organisation de la thèse

Le plan de la thèse suit celui adopté dans ce bref résumé. Dans le chapitre d'introduction nous rappelons un certain nombre de concepts utilisés pour l'analyse et la discussion des résultats expérimentaux. La première partie de la thèse est consacrée aux mesures de la correction due à la cohérence quantique sur la réponse magnétique et électrique d'anneaux mésoscopiques isolés. Elle débute par une présentation détaillée de la technique résonante utilisée pour la mesure de la réponse des anneaux. Elle se poursuit par l'exposé et l'analyse des résultats obtenus. La partie suivante, consacrée à la mesure de supercourants dans des nanotubes de carbone, commence par une présentation de ces systèmes. Les mesures effectuées sur des jonctions supraconducteur-nanotube-supraconducteur sont détaillées dans le dernier chapitre.

Chapitre 2

Introduction

Cette thèse s'inscrit dans le cadre de la physique mésoscopique, physique consacrée aux propriétés électroniques à des échelles intermédiaires entre l'atome et le monde macroscopique. Les systèmes étudiés sont suffisamment petits pour être quantiquement cohérents, ce qui exclut une description en termes de mécanique classique, et suffisamment grands pour qu'une description statistique soit pertinente. Plus précisément, les systèmes auxquels nous nous intéresserons sont tels que leur taille est inférieure à la longueur L_Φ sur laquelle les fonctions d'onde électroniques conservent une phase bien définie. A basse température, la longueur de cohérence de phase peut être de l'ordre de plusieurs microns ce qui détermine la taille L des échantillons étudiés. Deux autres longueurs vont intervenir dans la physique de tels systèmes : la longueur d'onde de Fermi λ_F et le libre parcours moyen élastique l_e , qui est la longueur moyenne entre deux collisions élastiques. Nous nous placerons toujours dans la limite de faible désordre $\lambda_F \ll l_e$, pour laquelle le mouvement d'un électron peut être vu comme une succession de collisions non-corrélées entre elles. Deux cas de figure peuvent alors se présenter : soit $l_e > L$ et un électron qui traverse l'échantillon ne subit en moyenne aucune collision, on parle alors de régime balistique, soit $l_e \ll L$ et l'électron au cours de sa traversée de l'échantillon subit un grand nombre de collisions élastiques : c'est le régime diffusif. Dans ce dernier cas, le mouvement classique de l'électron est un mouvement brownien caractérisé par une constante de diffusion $D = v_F l_e / d$, avec d la dimension du système.

Nous avons passé sous silence le cas d'un fort désordre. Dans ce régime, une autre longueur intervient, la longueur de localisation ξ . En effet, en désordre fort, les fonctions d'onde sont localisées et décroissent exponentiellement à longue distance avec une échelle de longueur caractéristique déterminée par ξ . De ce fait, si $\xi < L$ on se trouve dans le régime localisé puisqu'on est sensible au confinement spatial des électrons. Au contraire, si $L < \xi$ on retrouve le régime diffusif considéré précédemment. Le problème de la localisation par le désordre, à savoir la détermination de la force du désordre nécessaire pour induire un confinement des fonctions d'ondes, dépend fortement de la dimension du système (voir à ce propos les travaux d'Anderson *et al.* [10, 11]).

2.1 Cohérence de phase

La propriété de cohérence de phase est sans doute la plus importante pour caractériser un système mésoscopique. La longueur de cohérence de phase L_Φ est associée aux collisions inélastiques subies par un électron. En effet, si les collisions élastiques, telles que celles induites par un désordre fixe, rendent les états propres du système très complexes spatialement, elles n'amènent pas d'indétermination sur la phase des fonctions d'onde. Les collisions inélastiques, au contraire, par l'irréversibilité qu'elles introduisent, vont conduire à une incertitude sur la phase des fonctions d'onde. La perte de cohérence est associée au couplage d'un électron avec un environnement, qui peut être par exemple constitué des phonons du réseau ou des autres électrons¹. Le temps de cohérence de phase τ_Φ est alors le temps de vie d'une particule au niveau de Fermi. Dans la limite des basses températures, seules les collisions électron-électron vont contribuer aux collisions inélastiques. Dans ces conditions, à trois dimensions, $\tau_\Phi(T)$ peut se déduire du temps lié aux collisions électron-électron τ_{ee} ² sur une échelle d'énergie donnée par $k_B T$, dans la mesure où l'on tient compte de l'ensemble des processus inélastiques, et tout particulièrement de ceux mettant en jeu de très faibles énergies. Ce n'est pas le cas en dimension 1 ou 2 pour lesquelles le calcul de τ_Φ fait apparaître une divergence due justement aux processus de basse énergie. τ_Φ est alors déterminé de manière auto-cohérente en invoquant le fait que, puisque τ_Φ définit le temps de vie des états propres au niveau de Fermi, il n'est pas possible de résoudre à mieux que τ_Φ les processus d'échange d'énergie. Ces considérations sont détaillées par exemple par Imry [1] ou Altshuler *et al.* [2] dans leurs ouvrages respectifs d'introduction à la physique mésoscopique. Le temps de cohérence augmentant lorsque la température diminue, on aura intérêt à travailler à très basse température pour maximiser les effets de cohérence de phase (dans notre cas on aura typiquement $T < 100$ mK).

2.2 Différentes approches théoriques

Pour étudier les systèmes mésoscopiques un certain nombre d'analyses théoriques ont été utilisées. Nous donnons dans la suite un résumé bref et forcément incomplet de certaines d'entre elles dans le but de préciser dans quel cadre certains des résultats utilisés au cours de cette thèse ont été établis :

- Analyse semi-classique. L'idée du développement semi-classique est d'écrire l'amplitude de probabilité pour aller d'un point \mathbf{r} à un autre \mathbf{r}' (la fonction de Green $G^R(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)$) comme la somme des amplitudes associées à chaque chemin classique

1. D'autres types de processus peuvent agir sur la phase électronique. C'est par exemple le cas des collisions avec des impuretés magnétiques qui s'accompagnent d'un retournement du spin de l'électron (collisions spin-flip).

2. τ_{ee} est défini comme étant le temps de vie d'un électron placé dans un état à une particule à l'énergie E au dessus du niveau de Fermi. Dans un système diffusif ce temps est moyenné sur le désordre.

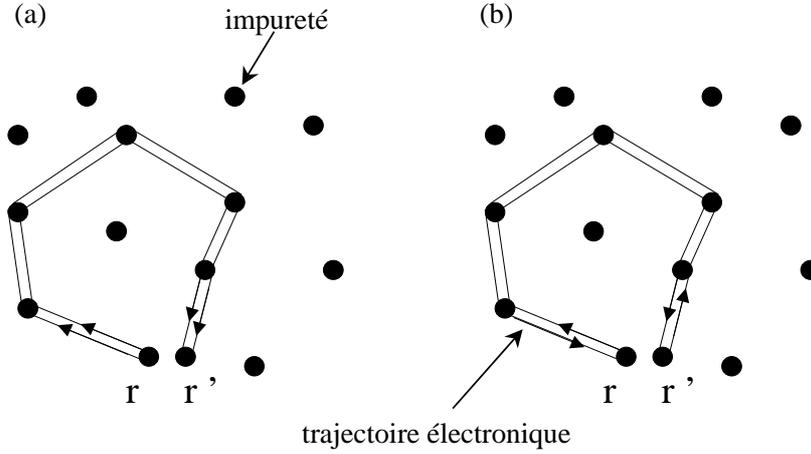


FIG. 2.1 – (a) Illustration de l'interférence d'une trajectoire électronique avec elle-même. Ce type de contribution correspond au diffuson. (b) Illustration des trajectoires correspondant au cooperon : une trajectoire interfère avec sa renversée par le sens du temps.

possible [12] :

$$G^R(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t) = \int_{\mathbf{r}}^{\mathbf{r}'} \mathcal{D}[x] \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathcal{S}[x]\right)$$

avec $\mathcal{S}[x] = \int p dx$, l'action associée au chemin $x(t)$ allant de \mathbf{r} à \mathbf{r}' . Dans cette somme on ne va garder que les termes dont l'action est minimale. De ce fait seules les trajectoires classiques vont donner une contribution importante. Ce type d'analyse permet donc, par la prise en compte des trajectoires classiques, de prédire le comportement quantique des systèmes étudiés.

- Analyse diagrammatique. Dans cette analyse le désordre est traité perturbativement en effectuant un développement des fonctions de Green par rapport au désordre, supposé être faible. Dans cette analyse certains types de contributions sont particulièrement importants : il s'agit, d'une part, du diffuson, qui correspond à l'interférence d'une trajectoire avec elle-même et d'autre part du cooperon, qui correspond à l'interférence d'une trajectoire avec la trajectoire qui lui correspond par renversement du sens du temps. Ces deux contributions sont illustrées sur la figure 2.1. Cette analyse est valable pour des désordres faibles car elle correspond au premier ordre d'un développement en $1/(k_F l_e)$. Elle n'est pas valable pour des échelles d'énergie plus faibles que l'écart moyen entre niveaux Δ [13]. Les techniques basées sur la supersymétrie

permettent de s'affranchir de cette limite.

- Sympersymétrie. L'analyse supersymétrique, développée par Efetov [14], est, comme les deux autres techniques citées précédemment, perturbative par rapport au désordre, c'est à dire qu'elle correspond à un développement en fonction du paramètre $1/(k_F l_e)$. Toutefois elle permet d'atteindre les échelles d'énergies inférieures à l'écart moyen entre niveaux. Nous utiliserons au cours de cette thèse un certain nombre de résultats obtenus à l'aide de cette technique (voir annexe C).

Ce survol rapide de quelques théories largement utilisées en physique mésoscopique ne prétend pas à l'exhaustivité. En particulier nous n'avons pas abordé la théorie des matrices aléatoires, sur laquelle nous reviendrons ultérieurement dans cette introduction. Nous n'avons pas non plus considéré l'outil numérique, outil que nous avons utilisé au cours de cette thèse (voir annexe D).

2.3 Conductance aux échelles mésoscopiques : systèmes connectés

La physique mésoscopique est consacrée, entre autres, à l'étude du transport électronique lorsque l'on atteint les échelles nécessaires pour avoir un échantillon cohérent. A de telles échelles, la conductance est reliée à la transmission d'un système. Une expérience de transport consiste, de ce point de vue, à injecter des électrons par un fil d'amenée, qui est un guide d'onde pour les électrons, et à récupérer les électrons transmis par le système via un autre fil. Cette approche du transport a été introduite par Landauer [15–17]. Pour un système cohérent ($L < L_\Phi$), il n'y a aucune dissipation dans l'échantillon lui-même et celle-ci s'effectue dans les réservoirs. Considérons dans un premier temps le cas d'un fil unidimensionnel, de longueur L , relié à deux contacts (figure 2.2 (a)). Le courant qui traverse le système, lorsque la différence de potentiel entre les deux contacts est V , est déterminé par le nombre d'états dans la bande d'énergie eV , qui est $n(e_F)eV = 2LeV/(hv_F)$ (compte tenu du spin de l'électron), et par le courant porté par un de ces états, ev_F/L , d'où $G = I/V = 2e^2/h$. La conductance est donc donnée par e^2/h par canaux de conduction, avec, dans le cas présent, deux canaux du fait du degré de liberté de spin de l'électron. $h/e^2 \approx 25.8k\Omega$ est le quantum de résistance. Ce type de raisonnement peut se généraliser à un système de section finie S à plusieurs canaux de conduction³ $M \approx S/\lambda_F^2$. On prévoit dans ce cas une conductance qui est Me^2/h , on a donc une quantification de la conductance. Cette quantification a été mise en évidence dans des constriction dans un gaz d'électrons par Van Wees *et al.* [18]. Il faut bien se rendre compte que l'on calcule ici la conductance du système fil+contacts dans son ensemble. La conductance est alors une conductance de contact. Ainsi si on mesure la chute de tension au sein de l'échantillon (entre les points A et B de la figure 2.2 (b)) on trouve une tension nulle : la chute de tension se fait à la jonction fil-contact. Ce résultat a été très récemment confirmé expérimentalement par les

3. Le nombre de canaux de conduction correspond au nombre de modes transverses intervenant dans le transport électronique.

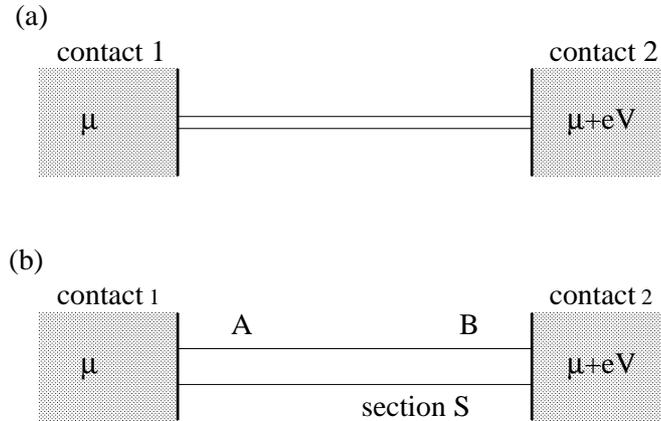


FIG. 2.2 – (a) Schéma d'un fil unidimensionnel entre deux contacts macroscopiques portés à des potentiels différents. (b) Cas avec plusieurs canaux de conduction ($M \approx S/\lambda_F^2$).

mesures de De Piciotto *et al.* [19].

Jusqu'à présent nous n'avons considéré que des systèmes sans désordre pour lesquels la transmission par canal était de 1. Dans les systèmes désordonnés on doit tenir compte du fait que la transmission n'est pas la même pour tous les canaux de conduction. Dans ce cas la conductance s'exprime en fonction de la matrice de transmission t du système [20, 21]:

$$G = \frac{e^2}{h} \text{Tr}(tt^\dagger) = \frac{e^2}{h} \sum_{\alpha\beta} |t_{\alpha\beta}|^2$$

La conductance est alors déterminée par le nombre de canaux effectifs M_{eff} , c'est à dire le nombre de canaux dont la transmission est proche de 1, qui est de l'ordre de $M_{eff} = Ml_e/L$ [22]. Ainsi la conductance moyenne du système est donnée par $G = M_{eff}e^2/h$. Les fluctuations autour de cette valeur correspondent à l'ajout d'un canal effectif de conduction et sont donc d'ordre e^2/h .

2.4 Interférences quantiques

Lorsqu'un échantillon est quantiquement cohérent ($L < L_\Phi$), ses propriétés sont déterminées par les interférences entre fonctions d'onde électroniques. Si l'on veut agir sur ces interférences il est nécessaire de pouvoir modifier la phase relative associée aux différentes trajectoires électroniques, tout comme on vient modifier le chemin optique parcouru par les ondes lumineuses dans une expérience d'interférométrie optique. Pour cela on dispose pour des systèmes électroniques, et plus généralement pour des systèmes constitués de particules chargées, du potentiel vecteur associé à un champ magnétique. En effet, on peut montrer

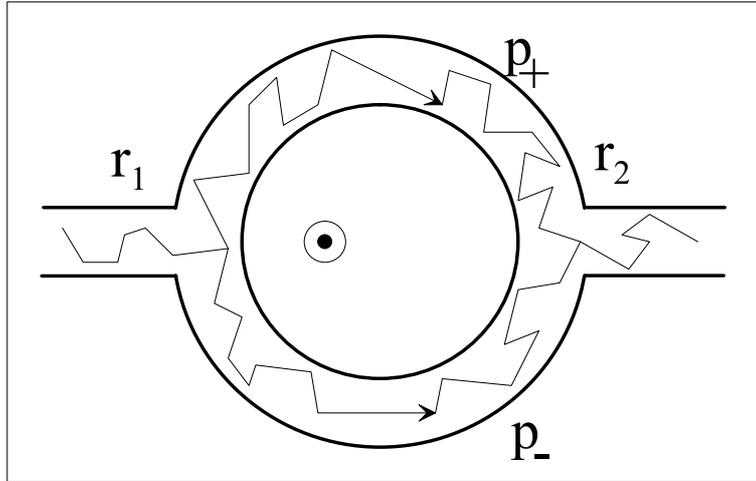


FIG. 2.3 – Schéma d'un anneau Aharonov-Bohm. On montre également un exemple de trajectoire électronique entre les points \mathbf{r}_1 et \mathbf{r}_2 .

que la phase accumulée par la fonction d'onde électronique le long d'une trajectoire allant d'un point \mathbf{r}_1 à \mathbf{r}_2 est augmentée, en présence d'un potentiel vecteur \mathbf{A} , d'une phase :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_{\mathbf{r}_1}^{\mathbf{r}_2} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$$

avec $\Phi_0 = h/e$ le quantum de flux⁴. On voit que c'est le potentiel vecteur qui intervient et non le champ magnétique, il s'agit donc d'un effet purement quantique [23]. En particulier les effets qui sont discutés ici existent même si les électrons sont confinés dans une région où le champ magnétique est nul. Cet effet du potentiel vecteur se manifeste, entre autres, sur la magnétoconductance d'échantillons mésoscopiques. On voit toutefois que si l'on considère une géométrie quelconque on va sommer des déphasages liés à des trajectoires enserrant des surfaces très différentes, ce qui fait qu'aucune échelle caractéristique en flux magnétique ne va ressortir. Ce n'est pas le cas dans une géométrie annulaire pour laquelle l'échelle de champ va être donnée par un quantum de flux dans la surface de l'anneau.

2.4.1 Conductance d'un anneau

Considérons un anneau circulaire, comme schématisé sur la figure 2.3. Dans cette géométrie on distingue essentiellement deux composantes pour la correction à la conductance de l'anneau :

- **L'effet Aharonov-Bohm.** Ce dernier est l'analogie électronique de l'expérience des trous d'Young en optique. On peut l'appréhender, de manière semi-classique,

4. Cette définition n'est, en toute rigueur, pas valable car elle dépend de la jauge utilisée pour définir \mathbf{A} . En fait la bonne quantité à étudier n'est pas le déphasage introduit par le potentiel vecteur sur une trajectoire mais le déphasage relatif entre deux trajectoires partant de \mathbf{r}_1 et arrivant en \mathbf{r}_2 . Cette grandeur est définie sans ambiguïté par le flux du champ magnétique dans la surface incluse entre les deux trajectoires.

en considérant la probabilité qu'a un électron initialement placé en \mathbf{r}_1 d'aller en \mathbf{r}_2 . Cette probabilité $P(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ se calcule en prenant le module au carré de la somme des amplitudes de probabilité $\mathcal{A}_p(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ pour un électron d'aller au point \mathbf{r}_2 partant de \mathbf{r}_1 en suivant une trajectoire indexée p :

$$\begin{aligned} P(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \left| \sum_p \mathcal{A}_p(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \right|^2 = \sum_p \sum_q \mathcal{A}_p(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \bar{\mathcal{A}}_q(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \\ &= \sum_p \sum_q \mathcal{A}_p^0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \bar{\mathcal{A}}_q^0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \exp(i(\varphi_p - \varphi_q)) \end{aligned}$$

en notant \mathcal{A}_p^0 l'amplitude de probabilité en l'absence de potentiel vecteur. φ_p est le déphasage lié au potentiel vecteur pour la trajectoire p . Nous notons p_+ (respectivement p_-) les trajectoires qui passent par la branche du haut (respectivement la branche du bas). Compte tenu de cette notation on peut écrire :

$$P(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = P_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + \sum_{p_+} \sum_{q_-} \{ \mathcal{A}_{p_+}^0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \bar{\mathcal{A}}_{q_-}^0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \exp(i(\varphi_{p_+} - \varphi_{q_-})) + c.c. \}$$

$P_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ est le terme correspondant aux interférences entre les trajectoires passant dans une même branche. Le déphasage relatif entre la branche du haut et la branche du bas est déterminé par le flux dans la surface de l'anneau si bien que l'on a :

$$P(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = P_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + P_1 \cos(2\pi\Phi/\Phi_0 + \varphi_d)$$

L'effet Aharonov-Bohm se manifeste par une composante oscillante de la conductance avec une période en flux correspondant à un quantum de flux dans la surface de l'anneau. La phase φ_d de cette composante oscillante est déterminée par la réalisation particulière du désordre. Aussi cet effet ne résiste-t-il pas à une moyenne d'ensemble. On a ici négligé les fluctuations de flux dues à la largeur de l'anneau autour du flux moyen déterminé par la surface moyenne de l'anneau. Ces fluctuations conduisent à une modulation de l'amplitude des oscillations Aharonov-Bohm.

- **La localisation faible.** Après une moyenne sur le désordre, il demeure une composante liée à la cohérence de phase, c'est la correction dite de localisation faible. On peut l'associer à la probabilité $P(\mathbf{r}, \mathbf{r})$ de retour à l'origine d'un électron :

$$\begin{aligned} P(\mathbf{r}, \mathbf{r}) &= \left| \sum_p \mathcal{A}_p(\mathbf{r}, \mathbf{r}) \right|^2 = \sum_p \sum_q \mathcal{A}_p(\mathbf{r}, \mathbf{r}) \bar{\mathcal{A}}_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}) \\ &= \sum_p \sum_q \mathcal{A}_p^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}) \bar{\mathcal{A}}_q^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}) \exp(i(\varphi_p - \varphi_q)) \end{aligned}$$

Comme on considère des trajectoires fermées le déphasage pour la trajectoire p est donnée par $2\pi\Phi_p/\Phi_0$ avec Φ_p le flux du champ magnétique dans la surface de la trajectoire. L'amplitude de probabilité associée à chacune des trajectoires possédant

une phase propre et un déphasage lié au flux qui dépend de la surface de la trajectoire, l'essentiel des termes de cette somme se moyenne à 0 sauf deux termes particuliers : $q = p$ et $q = -p$, $-p$ étant la trajectoire obtenue par renversement par le sens du temps de la trajectoire p . Ces deux contributions correspondent respectivement au diffuson et au cooperon du calcul diagrammatique. Compte tenu de cette analyse et du fait que $\varphi_{-p} = -\varphi_p$ et $\mathcal{A}_{-p}(\mathbf{r}, \mathbf{r}) = \bar{\mathcal{A}}_p(\mathbf{r}, \mathbf{r})$ on a :

$$P(\mathbf{r}, \mathbf{r}) = \sum_p |\mathcal{A}_p(\mathbf{r}, \mathbf{r})|^2 + \sum_p |\mathcal{A}_p(\mathbf{r}, \mathbf{r})|^2 \cos(4\pi\Phi/\Phi_0)$$

On voit donc que l'on obtient une composante oscillante mais avec une période moitié des oscillations Aharonov-Bohm, qui correspond à un demi quantum de flux dans la surface de l'anneau. Le calcul détaillé de cet effet donne, pour la correction à la conductance d'un anneau de rayon R [24]:

$$\Delta G(\omega) = -\frac{e^2}{\pi\hbar} \frac{L_\Phi(\omega)}{L} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\pi} \frac{R/L_\Phi(\omega)}{\left(\frac{R}{L_\Phi(\omega)}\right)^2 + \left(l + \frac{2\Phi}{\Phi_0}\right)^2} \quad (2.1)$$

avec $L_\Phi(\omega)^2 = L_\Phi^2/(1 + i\omega\tau_\Phi)$. A fréquence nulle le résultat peut se mettre sous la forme prévue par Altshuler, Aronov et Spivak [25]:

$$\Delta G(\omega) = -\frac{e^2 L_\Phi}{\pi\hbar L} \frac{\sinh(L/L_\Phi)}{\cosh(L/L_\Phi) - \cos(4\pi\Phi/\Phi_0)}$$

et qui a été mesuré dans un cylindre de hauteur grande devant L_Φ par Sharvin et Sharvin [26]. Notons que, d'après la formule 2.1, à fréquence finie la conductance présente une partie imaginaire dépendante du flux. Cette partie imaginaire a été mesurée par Pieper *et al.* sur des anneaux d'argent [27].

Ces deux composantes apparaissent sur nos mesures de la magnétoconductance d'un anneau et d'une grille, constituée d'un grand nombre d'anneaux connectés. La grille permet d'obtenir une moyenne d'ensemble par rapport au cas de l'anneau (figure 2.4). On voit que si la composante Aharonov-Bohm et celle de localisation faible sont présentes sur la magnétoconductance de l'anneau, la composante Aharonov-Bohm est moyennée à zéro pour la grille. Au passage on notera les échelles de champ de ces phénomènes, typiquement de l'ordre de quelques dizaines de gauss pour des anneaux de taille micronique. Les champs magnétiques mis en jeu sont donc très faibles. De ce fait la courbure des trajectoires électroniques sous l'effet de la force de Lorentz est complètement négligée dans l'analyse de tels effets.

2.4.2 Localisation faible

Comme nous l'avons dit précédemment, si l'on ne considère pas une géométrie doublement connexe, on somme des contributions correspondant à des échelles de flux très

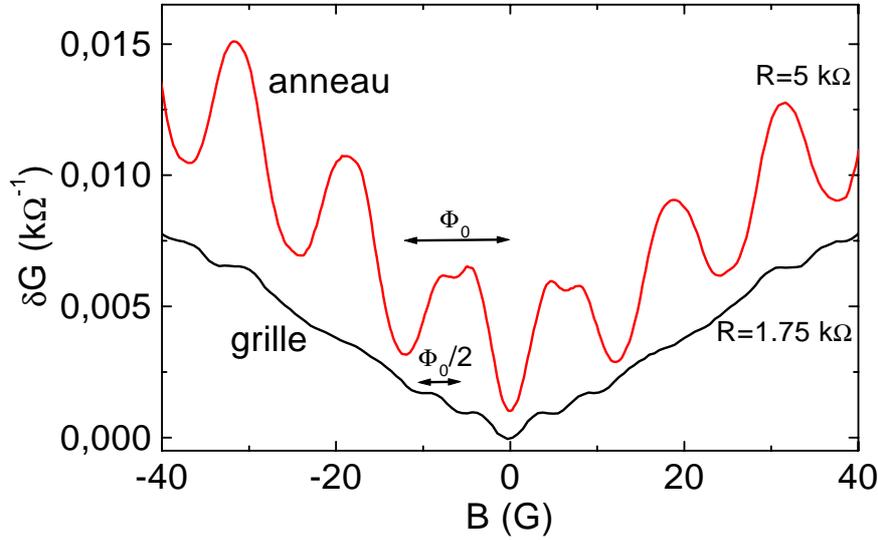


FIG. 2.4 – Magnétoconductance d'un anneau et d'une grille (une photographie des échantillons est montrée sur la figure 7.1, page 103). Le signal en Φ_0 ne résiste pas à la moyenne d'ensemble. La forme «triangulaire» de la magnétoconductance de la grille est à noter. Elle est attribuée à la localisation faible dans le fil constituant la grille. Les deux courbes sont décalées pour plus de clarté.

différentes. Il n'en demeure pas moins qu'un effet de cohérence quantique est toujours mesurable. Ainsi sur un échantillon quelconque il existe une correction de localisation faible dont l'origine est la même que celle décrite dans le cas de l'anneau, à savoir l'interférence des trajectoires formant une boucle renversées par le sens du temps. On peut reprendre la description adoptée pour l'anneau à la différence que les φ_p dépendent de la trajectoire considérée et ne sont plus fixés par la géométrie de l'échantillon. En champ nul le déphasage introduit par le potentiel vecteur est nul si bien que :

$$P(\mathbf{r},\mathbf{r},\Phi = 0) = 2 \sum_p |\mathcal{A}_p(\mathbf{r},\mathbf{r})|^2$$

la probabilité de retour à l'origine est doublée par rapport à sa valeur classique. Les électrons ont donc tendance à être plus localisés. En présence d'un flux magnétique on doit par contre sommer des contributions possédant des déphasages différents et qui, de ce fait, se moyennent à 0 d'où :

$$P(\mathbf{r},\mathbf{r},\Phi \neq 0) = \sum_p |\mathcal{A}_p(\mathbf{r},\mathbf{r})|^2$$

$P(\mathbf{r},\mathbf{r})$ retrouve alors sa valeur classique. Il découle de cette localisation «faible» des électrons à flux nul une magnétoconductance positive. Nous avons considéré jusqu'à présent

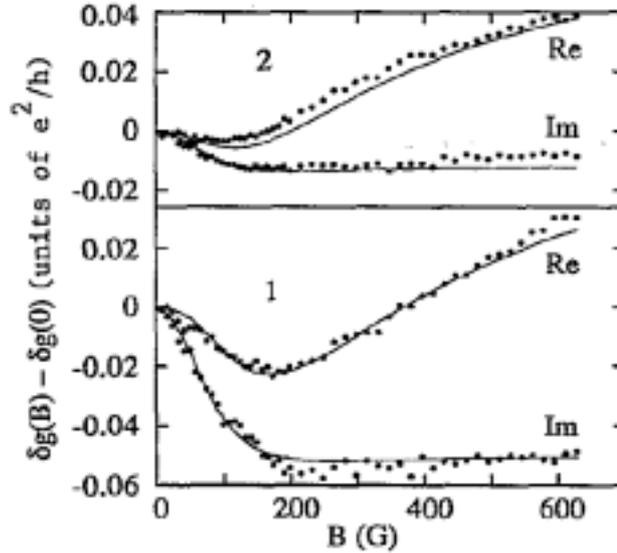


FIG. 2.5 – Dépendance en fonction du champ magnétique de la partie réelle et imaginaire de la conductance de deux fils d'argent mesurée à 1 GHz par Pieper *et al.* [28]. La magnétoconductance possède une partie imaginaire non nulle à fréquence finie. Les traits pleins indiquent le comportement prévu théoriquement.

que toutes les trajectoires participaient à la localisation faible. En fait seules les trajectoires dont la longueur est inférieure à la longueur de cohérence de phase L_Φ donnent une contribution, si bien que l'effet de localisation faible croît avec L_Φ et donc décroît en température. La dépendance de la localisation faible avec L_Φ est d'ailleurs un des moyens de mesurer la cohérence de phase sur un échantillon connecté. Tout comme pour la conductance d'un anneau, la composante de localisation faible possède une dépendance en fonction de la fréquence. Celle-ci a été mesurée par Pieper *et al.* dans des fils d'argent [28] (figure 2.5). Elle possède une composante imaginaire non nulle à fréquence finie.

2.4.3 Effet du couplage spin-orbite

Nous n'avons pas tenu compte jusqu'à présent du degré de liberté du spin de l'électron. Ce dernier peut amener des modifications des résultats précédents lorsqu'il se couple au degré de liberté orbital dans le cas du couplage spin-orbite ou lorsque le système possède des impuretés magnétiques. Nous nous focalisons dans la suite sur l'effet du couplage spin-orbite. Ce dernier permet de définir une longueur, dite longueur spin-orbite, notée L_{so} , qui est la longueur moyenne au bout de laquelle la phase de la composante de spin de la fonction d'onde électronique a tourné de 2π du fait du couplage spin-orbite. Le terme de couplage spin-orbite qui intervient dans le hamiltonien régissant le comportement des

électrons est de la forme :

$$V_{so} \propto \mathbf{L} \cdot \boldsymbol{\sigma}$$

avec \mathbf{L} l'opérateur associé au moment cinétique orbital, et $\boldsymbol{\sigma}$ celui associé au degré de liberté de spin de l'électron. L'action de V_{so} correspond, au cours d'une collision, à une rotation du spin déterminée par la force du couplage et par la variation de l'impulsion au cours de la collision. Considérons alors une trajectoire fermée composée de N collisions indexées i . A chaque collision i est associée une rotation du spin R_i . Le long de cette trajectoire le spin de l'électron passe de l'état \mathbf{S}_0 à l'état $\mathbf{S}_f = \prod_{i=1}^N R_i \mathbf{S}_0 = \mathcal{R} \mathbf{S}_0$. Pour la trajectoire renversée par le sens du temps le spin de l'électron à l'issue des N collisions est $\mathbf{S}'_f = \prod_{i=N}^1 R_i^{-1} \mathbf{S}_0 = \mathcal{R}^{-1} \mathbf{S}_0$. L'interférence de ces deux trajectoires, en flux nul, est alors corrigée d'un facteur $1 + \text{Re}(\langle \mathbf{S}'_f | \mathbf{S}_f \rangle) = 1 + \text{Re}(\langle \mathbf{S}_0 | \mathcal{R}^2 | \mathbf{S}_0 \rangle)$. La valeur de ce terme est déterminée par la valeur de τ_{so} comparée à celle de τ_Φ . Si $\tau_{so} \gg \tau_\Phi$ alors le couplage spin-orbite n'est pas suffisant pour induire une rotation significative du spin sur une trajectoire de longueur inférieure ou égale à L_Φ , longueur qui détermine les trajectoires contribuant à la localisation faible, d'où $\mathbf{S}_f \approx \mathbf{S}'_f \approx \mathbf{S}_0$ et l'on retrouve le résultat que nous avons en l'absence de couplage spin-orbite. Dans le cas limite contraire $\tau_{so} \ll \tau_\Phi$ le couplage est si important que la rotation du spin est quelconque. Or, une rotation donnée par les angles d'Euler α, β, γ s'écrit [29] :

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha/2) \exp(i(\beta + \gamma)/2) & i \sin(\alpha/2) \exp(-i(\beta - \gamma)/2) \\ i \sin(\alpha/2) \exp(i(\beta - \gamma)/2) & \cos(\alpha/2) \exp(-i(\beta + \gamma)/2) \end{bmatrix}$$

Si $\mathbf{S}_0 = |+\rangle$, il vient $\langle \mathbf{S}_0 | \mathcal{R}^2 | \mathbf{S}_0 \rangle = (\cos(\alpha/2))^2 \exp(i(\beta + \gamma)/2) - (\sin(\alpha/2))^2$ qui se moyenne à $-1/2$. Ce résultat se généralise sans difficulté pour n'importe quelle valeur de \mathbf{S}_0 . Le terme d'interférence entre trajectoires renversées par le sens du temps se moyennant à zéro en champ magnétique, on trouve, dans ces conditions, une magnétoconductance négative c'est à dire qu'il y a antilocalisation. Dans le cas intermédiaire où τ_Φ et τ_{so} sont du même ordre de grandeur, on peut avoir une magnétoconductance positive sur une plage limitée de champ puis retrouver le comportement de localisation faible observé en l'absence de couplage spin-orbite fort (figure 2.6).

Cet effet du spin-orbite sur la correction de localisation faible a été prédit par Hikami *et al.* [30] et mesuré expérimentalement par Bergmann [31].

2.5 Propriétés d'échantillons non connectés

Les phénomènes que nous avons introduits précédemment, les oscillations Aharonov-Bohm et les corrections de localisation faible, sont des corrections liées à la cohérence de phase sur la conductance, qui sont révélées par l'action d'un flux magnétique. Toutefois à cause du fort couplage du système avec l'appareil de mesure, ces corrections sont au maximum de l'ordre de e^2/h et restent donc petites comparées à la conductance de Drude $G_D = M_{eff} e^2/h$. Il peut donc être intéressant de considérer des échantillons non connectés dont la réponse peut être dominée par les effets quantiques. Le fait de travailler avec un

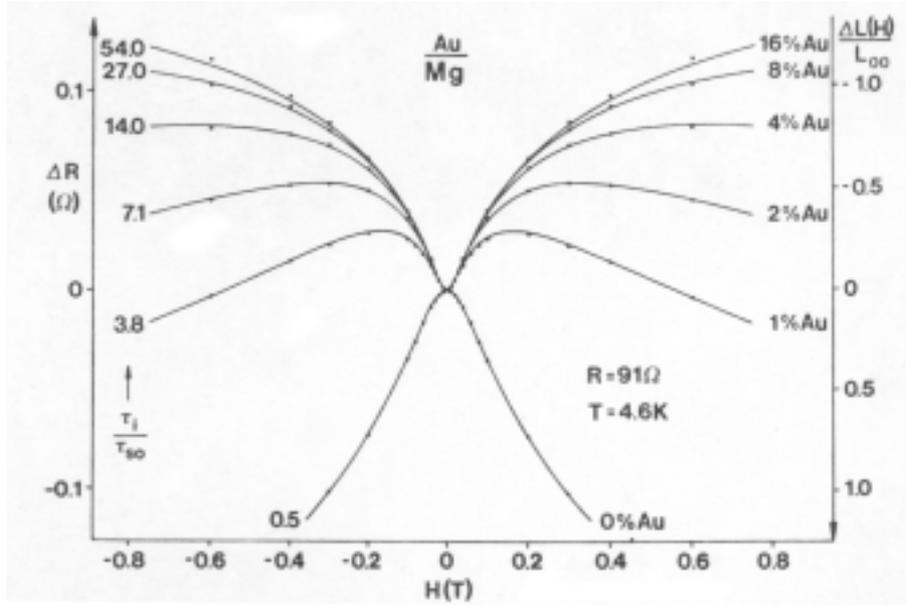


FIG. 2.6 – Magnétoconductance d'un film de magnésium (Mg) sur lequel est déposée une couche d'or qui vient modifier l'amplitude du couplage spin-orbite. En fonction de l'épaisseur déposée on passe d'une magnétoconductance positive à une magnétoconductance négative. τ_i correspond dans nos notations à τ_{Φ} . Cette figure est extraite de la référence [32].

système isolé peut permettre d'atteindre le régime du spectre discret, avec, dans ce cas, des oscillations quantiques de la conductance de l'ordre de la conductance elle-même. De plus pour la physique des systèmes non-connectés la différence de moyenne statistique entre ensemble canonique et grand canonique revêt une grande importance.

2.5.1 Spectre discret

Dans un système isolé si l'élargissement des niveaux d'énergie est moindre que l'écart moyen entre niveaux Δ on se situe dans le cadre d'un système à spectre discret. Cette limite n'est pas envisageable pour un échantillon connecté. En effet, dans ce dernier cas, même si le système possède intrinsèquement un spectre discret cet aspect est masqué par l'élargissement des niveaux induit par le couplage aux réservoirs de particules que constituent les contacts. Lorsqu'il est possible de résoudre les niveaux d'énergie, la statistique de ces derniers influe sur les propriétés physiques du système considéré. Cette statistique dans le régime diffusif est bien modélisée par la théorie des matrices aléatoires (RMT). La RMT s'intéresse à la statistique des valeurs propres de matrices de grande taille dont les éléments sont déterminés selon des lois de probabilité et par les symétries du système étudié, en particulier la symétrie par renversement du sens du temps. Cette théorie, développée par Dyson, Wigner, Mehta et Gaugin et dont on trouvera un exposé assez complet dans le livre de Mehta [33], peut s'appliquer à une large gamme de problèmes où l'on

cherche à décrire un ensemble de valeurs de manière statistique, problèmes qui vont de la description des niveaux d'énergie de noyaux atomiques lourds aux niveaux d'énergie d'un échantillon désordonné en passant par l'étude du transport quantique dans un formalisme de type Landauer [20]. La théorie distingue trois types de symétrie qui correspondent à trois situations physiques différentes :

- l'ensemble gaussien orthogonal (GOE) qui s'applique aux systèmes présentant la symétrie par renversement du temps,
- l'ensemble gaussien unitaire (GUE), valable dans le cas où il n'y a pas symétrie par renversement du temps,
- l'ensemble gaussien symplectique (GSE), adapté aux systèmes avec un fort couplage spin-orbite, présente la symétrie par renversement du temps mais correspond à des systèmes qui ne sont pas invariants par rotation.

Le spectre de telles matrices est caractérisé par la répulsion des niveaux. On parle de rigidité spectrale. Cette répulsion dépend des symétries (GOE ou GUE) : elle est plus importante lorsque la symétrie par renversement du sens du temps n'est pas présente. Cette répulsion peut déjà se voir sur le spectre de matrices 2x2 hermitiques [34]. Soit en effet H une telle matrice dont les éléments (H_{ij}) sont des variables aléatoires indépendantes. La condition pour que les niveaux d'énergie de cette matrice soient distants de ϵ peut alors s'écrire :

$$\epsilon = \sqrt{(H_{11} - H_{22})^2 + 4|H_{12}|^2}$$

Le cas GOE correspond à une matrice réelle soit $H_{12} \in \mathbb{R}$. Dans la limite ϵ tendant vers 0, $H_{11} - H_{22}$ tend vers 0 et $4|H_{12}|^2 < \epsilon^2$. Cette dernière relation conduit alors à une dépendance pour la densité de probabilité de trouver les deux niveaux distants de ϵ du type $p(\epsilon) \propto \epsilon$. Le cas GUE correspond lui à une matrice à coefficients complexes. La condition $4|H_{12}|^2 < \epsilon^2$ équivaut alors à $\text{Re}(H_{12})^2 + \text{Im}(H_{12})^2 < \epsilon^2/4$ avec $\text{Re}(H_{12})$ et $\text{Im}(H_{12})$ deux variables indépendantes d'où $p(\epsilon) \propto \epsilon^2$. La répulsion de niveau est donc plus importante dans le cas GUE. Le calcul détaillé de $p(\epsilon)$ [33] conduit aux dépendances montrées sur la figure 2.7. La transition entre GOE et GUE se fait sur une échelle de flux de l'ordre de $\Phi_0/\sqrt{M_{eff}}$ [35]. La RMT décrit les propriétés du spectre des valeurs propres d'une matrice dans son ensemble. Pour le problème qui nous intéresse ici, à savoir les propriétés de systèmes électroniques diffusifs, les résultats obtenus avec la RMT ne sont applicables que sur une échelle limitée en énergie, déterminée par l'énergie de Thouless $E_c = \hbar D/L^2$, associée au temps que met un électron pour diffuser au travers de l'échantillon [34, 36].

Une autre question pertinente pour un système isolé concerne les fonctions de corrélation spatiale entre états propres. Ces fonctions sont aussi dépendantes de la classe de symétrie du système. Leur détermination dans des gammes d'énergie de l'ordre de l'écart moyen entre niveaux Δ n'est pas accessible par des théories semi-classiques ou diagrammatiques et nécessite l'utilisation de techniques supersymétriques (voir à ce sujet par exemple la revue de Mirlin [37]).

Un certain nombre de résultats sur les corrélations entre niveaux d'énergie et entre fonctions propres sont rappelés dans l'annexe C.

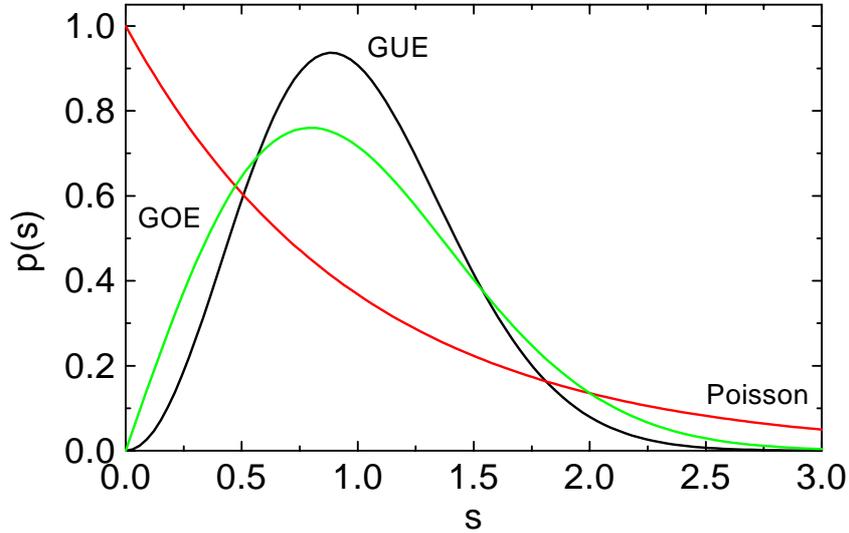


FIG. 2.7 – Densité de probabilité de trouver deux niveaux adjacents séparés de ϵ dans le cas où les énergies sont tirées aléatoirement (loi de Poisson), déterminée par RMT dans le cas GOE ou dans le cas GUE. Le paramètre s est égal à $\pi\epsilon/\Delta$.

2.5.2 Ensemble canonique et grand canonique

Dans le cas d'un échantillon connecté, le système étant relié à un réservoir de particules sa description se fait naturellement dans le cadre de l'ensemble statistique grand canonique (GC), pour lequel le potentiel chimique est fixé si bien que le nombre de particules peut fluctuer. Quand on considère un système isolé le nombre de particules y est par définition fixe, ce qui correspond à l'ensemble canonique. Cette distinction n'est pas cruciale pour un échantillon macroscopique puisque, à la limite thermodynamique, les résultats dans l'ensemble GC et canonique sont identiques. Toutefois avec des échantillons non-connectés possédant un nombre relativement peu important d'électrons (de l'ordre de quelques milliers pour les anneaux gravés que nous avons mesurés) cette identité n'a plus lieu d'être. On doit donc réaliser avec le plus grand soin la distinction entre ensemble statistique, canonique ou grand canonique. Le cas canonique correspondra à un système avec un nombre fixé de particules et donc un potentiel chimique qui va s'ajuster en fonction des paramètres extérieurs, en particulier le flux magnétique, pour maintenir le nombre de particules constant.

Dans la configuration non connectée on peut mesurer essentiellement deux types de réponse qui sont, d'une part la réponse magnétique et, d'autre part, la réponse électrique. Nous nous sommes intéressés au cours de cette thèse à la signature de la cohérence quantique sur ces deux quantités.

2.6 Réponse magnétique orbitale : les courants permanents

Dans un anneau cohérent, les énergies propres et les états propres dépendent du flux magnétique qui traverse l'anneau. De ce fait l'énergie de l'état fondamental varie avec le flux magnétique. Cette propriété implique l'existence d'un courant non-dissipatif, appelé courant permanent, qui parcourt l'anneau en présence de flux. On peut appréhender ce phénomène par le calcul très simple de cet effet pour un anneau unidimensionnel sans désordre.

2.6.1 Anneau 1D

On considère un anneau circulaire unidimensionnel de longueur L soumis à un flux magnétique Φ . Le hamiltonien H pour un électron du système est :

$$H = \frac{(\mathbf{P} + e\mathbf{A})^2}{2m} + V(x) \quad (2.2)$$

avec $V(x)$ un potentiel décrivant le potentiel créé par le réseau et éventuellement rendant compte du désordre dans l'anneau. Dans le cas traité ici ce potentiel est supposé être nul. La coordonnée x décrit la position de l'électron le long de l'anneau. Le potentiel vecteur $\mathbf{A} = \Phi/L\mathbf{u}_\theta$ avec \mathbf{u}_θ le vecteur orthoradial. En effectuant un changement de jauge on peut se ramener au cas d'un anneau en l'absence de flux mais avec des conditions aux limites différentes. Les fonctions d'onde après ce changement de jauge $\eta_n(x, \Phi)$ s'expriment en fonction des fonctions d'ondes $\psi_n(x, \Phi)$ du système en présence de flux :

$$\psi_n(x, \Phi) = \eta_n(x, \Phi) \exp -2i\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \frac{x}{L} \quad (2.3)$$

De la condition $\psi_n(x+L, \Phi) = \psi_n(x, \Phi)$ on déduit que $\eta_n(x+L, \Phi) = \eta_n(x, \Phi) \exp -2i\pi\Phi/\Phi_0$. Φ_0 désigne le quantum de flux h/e . L'effet du flux magnétique est donc d'imposer un facteur de phase sur la fonction d'onde. Pour des valeurs de flux telles que $\Phi/\Phi_0 \in [-1/2, 1/2]$ les énergies propres classées par ordre croissant sont données par :

$$\begin{aligned} E_{2p} &= \frac{h^2}{2mL^2} \left(p + \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2 \\ E_{2p+1} &= \frac{h^2}{2mL^2} \left(p + 1 - \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2 \end{aligned}$$

les états propres correspondant sont :

$$\begin{aligned} \Psi_{2p} &= \frac{1}{\sqrt{L}} \exp \left(i\theta \left(p + \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) \right) \\ \Psi_{2p+1} &= \frac{1}{\sqrt{L}} \exp \left(i\theta \left(-p + \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) \right) \end{aligned}$$

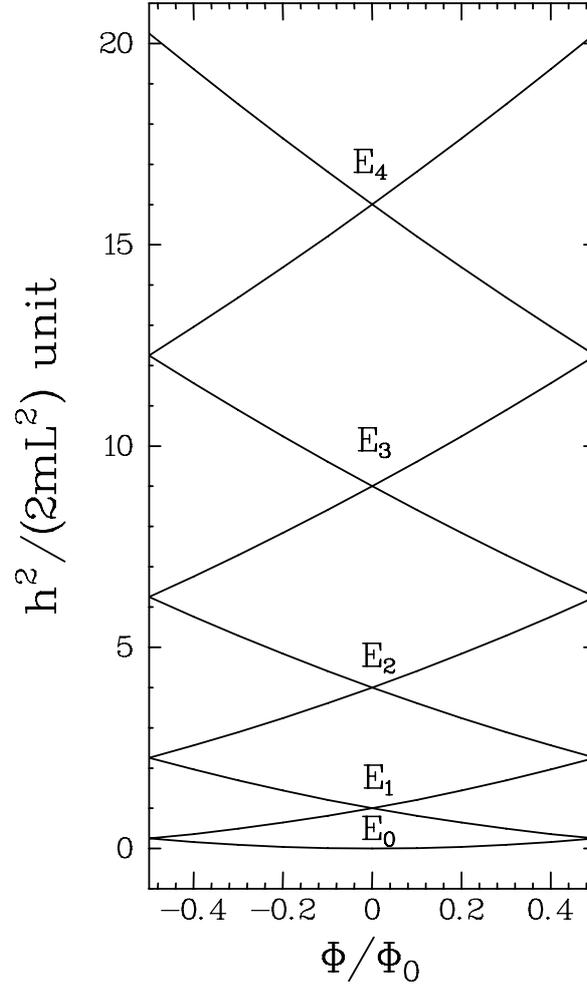


FIG. 2.8 – Niveaux d'énergie d'un anneau 1D en fonction du flux magnétique.

avec $p \in \mathbb{N}$. θ est l'angle qui repère la position le long de l'anneau en coordonnées cylindriques. La dépendance de ces niveaux avec le flux magnétique est montrée sur la figure 2.8. Chaque niveau porte un courant $i_n(\Phi) = -\partial E_n/\partial\Phi$, dont le signe est déterminé par la parité du niveau. Le courant total $I(N, \Phi)$ de l'anneau dépend du nombre N d'électrons dans l'anneau :

$$I(N, \Phi) = \frac{eh}{mL^2} N \left(\frac{1}{2} - \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) \text{ pour } N \text{ pair} \quad (2.4)$$

$$I(N, \Phi) = -\frac{eh}{mL^2} N \left(\frac{\Phi}{\Phi_0} \right) \text{ pour } N \text{ impair} \quad (2.5)$$

Le signe du courant est donc fonction de N : le courant est paramagnétique pour un nombre d'électrons pair alors qu'il est diamagnétique pour un nombre impair d'électrons. Si l'on

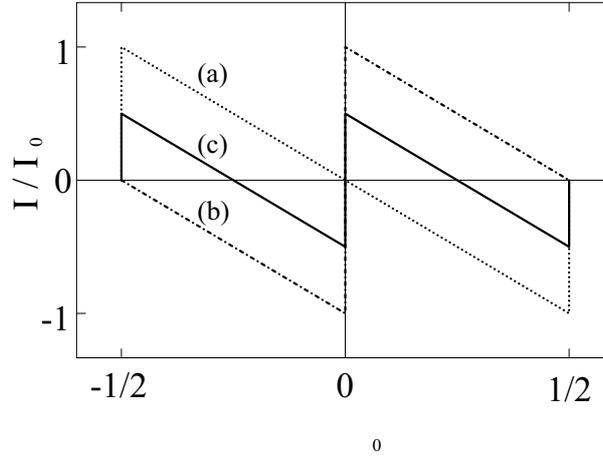


FIG. 2.9 – (a) Courant porté par un anneau 1D pour un nombre impair d'électrons. (b) pour un nombre pair d'électrons. (c) Courant moyen déduit de la moyenne des deux courants précédents.

s'intéresse au courant moyen, il nous faut effectuer une moyenne de ce courant en calculant $(I(N, \Phi) + I(N + 1, \Phi))/2$ ce qui conduit à :

$$\langle I(N, \Phi) \rangle = \frac{ev_F}{L} \left(\frac{1}{2} - 2 \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) \quad (2.6)$$

On obtient un courant dont la période en flux est réduite de moitié par rapport au courant non moyenné (figure 2.9). On a utilisé le fait que $Neh/(2mL^2) = ev_F/L$. L'amplitude du courant est donnée par $ev_F/L = \Delta/\Phi_0$.

Considérons à présent un anneau qui comporte M canaux de conduction mais avec toujours un désordre suffisamment faible pour que l'on reste dans le régime balistique. Pour le courant typique ($I_{typ} = \langle \sqrt{I^2} \rangle$), on doit additionner les contributions non corrélées, de signe variable, de chacun des M canaux ce qui conduit à : $I_{typ} = \sqrt{M}ev_F/L$. En ce qui concerne le courant moyen on additionne M composantes identiques, qui sont le courant moyen porté par chacun des canaux. Or, par rapport au cas 1D, l'écart moyen entre niveau, qui détermine l'amplitude du courant moyen, est divisé par $4M$ du fait de l'existence des différents modes transverses. Aussi le courant moyen d'un anneau 3D balistique est-il du même ordre de grandeur que dans le cas strictement unidimensionnel.

Si l'on se place dans le régime diffusif, donc en présence de désordre, les différents canaux de conduction vont être couplés. L'allure du spectre d'énergie devient alors bien plus complexe que dans le cas balistique, rendant l'évaluation des courants permanents plus délicate.

2.6.2 Anneau réel

Les courants permanents dans le régime diffusif ont été traités, sur le plan théorique, par un grand nombre d'auteurs avec des approches variées (voir par exemple les références suivantes [38–49]). Nous rappelons dans la suite les résultats attendus pour le courant permanent moyen et typique d'un anneau mésoscopique diffusif. Le lecteur intéressé par un point de vue plus détaillé pourra se reporter, par exemple, à la revue de Eckern et Schwab [50].

Courant permanent typique

L'amplitude du courant permanent typique, c'est-à-dire le courant qu'on s'attend à mesurer sur un anneau unique, dans le régime diffusif est de l'ordre de :

$$I_{typ} = \frac{ev_F l_e}{L} \approx \frac{E_c}{\Phi_0}$$

Sa valeur est donc très réduite par rapport au cas sans désordre. La dépendance en température est déterminée par l'échelle d'énergie des corrélations du spectre, à savoir l'énergie de Thouless E_c , dépendance qui peut être modélisée en première approximation par une décroissance exponentielle de la forme $\exp(-k_B T/E_c)$. Le contenu en harmonique du courant typique dépend de la longueur de cohérence de phase L_Φ . L'harmonique indiquée p est exponentiellement réduite par un facteur $\exp(-pL/L_\Phi)$.

Courant permanent moyen

Les prédictions théoriques pour le courant moyen peuvent se classer selon deux catégories, suivant qu'elles considèrent des électrons sans ou avec interaction.

- électrons sans interaction. Le courant permanent moyen considéré dans l'ensemble grand canonique est nul. Dans le cas canonique il peut être relié à la fluctuation grand canonique du nombre de particules [45]. Dans ce cas, un courant paramagnétique périodique de période $\Phi_0/2$ est prédit. En considérant la série de Fourier associée à ce courant périodique :

$$I(\Phi) = \sum_{p \in \mathbb{N}^*} I_p \sin(4\pi p \Phi / \Phi_0)$$

l'amplitude des premières harmoniques est donnée par :

$$I_p = 4e\Delta / (\pi^2 \hbar)$$

La répartition en harmonique est déterminée par la température et le temps de cohérence de phase comparé à Δ . Si $T, \tau_\Phi \leq \Delta$, les $\sqrt{M_{eff}}$ premières harmoniques sont égales alors que, pour des températures plus importantes et/ou des temps de cohérence de phase moindres, seules les premières harmoniques subsistent. De ce fait on montre que l'amplitude des courants passe de $\approx \sqrt{E_c \Delta} / \Phi_0$ à Δ / Φ_0 lorsque l'on passe de $T, \tau_\Phi \leq \Delta$ à $T, \tau_\Phi \approx E_c$. Il est à noter que le contenu en harmonique très

	Amplitude	Signe
Electron sans interaction [45]	Δ/Φ_0 ou $\sqrt{E_c}\Delta/\Phi_0$ (Canonique) 0 (Grand Canonique)	paramagnétique
Electron avec interaction [40]	$\lambda_{eff}e/\tau_D$ avec $\lambda_{eff} \approx 0.1$	para. (int. répulsive) dia. (int. attractive)
Redressement d'un bruit en courant DC [9]	$I = Ce/\tau_\phi$ $C = -4/\pi$ (sans spin-orbite) $C = 2/\pi$ (avec spin-orbite)	diamagnétique paramagnétique

TAB. 2.1 – Amplitude et signe des courants permanents en fonction des théories considérées.

particulier qui est prévu théoriquement est, à l'heure actuelle, difficilement accessible expérimentalement.

- courant permanent dû aux interactions. L'argument développé par Schmid [43] est que les interactions électron-électron, en renforçant localement l'électroneutralité, donne une contribution plus importante que la seule conservation du nombre total de particules. Le calcul de cette contribution a été fait par Ambegaokar et Eckern [40, 41] et Eckern [42]. La contribution due aux interactions est d'amplitude $\mathcal{U}E_c/\Phi_0$. \mathcal{U} est reliée à l'amplitude des interactions, et peut être éventuellement renormalisée du fait de l'écrantage. Dans les systèmes étudiés expérimentalement (métaux) ce coefficient va être typiquement de l'ordre de 0.1. Cette correction est paramagnétique pour une interaction répulsive et ce en présence ou en l'absence de couplage spin-orbite fort. La dépendance en température de chacune des harmoniques est déterminée par l'énergie de Thouless E_c . Plus précisément l'amplitude de l'harmonique d'indice p est exponentiellement décroissante avec la température suivant une loi $\approx \exp -\alpha p^2 T/E_c$ avec α un coefficient numérique d'ordre 1.

En tenant compte des effets non linéaires exposés plus loin [9], on peut classer les prédictions concernant les courants permanents selon trois grandes catégories données dans le tableau 2.1.

2.6.3 Mesure des courants permanents

D'un point de vue expérimental on peut citer un certain nombre de mesures des courants permanents typiques et moyen :

- sur des anneaux individuels. Ces mesures ont été faites d'une part sur un anneau d'or par Chandrasekhar *et al.* [51] à l'aide d'un SQUID et sur un anneau gravé dans

une hétérojonction GaAs/AlGaAs grâce à un micro-SQUID par Mailly *et al.* [52]. Alors que cette dernière mesure, qui considère un échantillon semi-balistique, est en bon accord avec les prédictions théoriques, les mesures dans le régime diffusif sur un anneau d'or donnent un courant plus grand d'au moins un ordre de grandeur par rapport à la théorie.

- Des mesures sur un grand nombre d'anneaux, qui permettent d'accéder au courant moyen, ont été également réalisées. La première expérience dans ce domaine a été menée par Lévy *et al.* [53, 54] sur une assemblée d'anneaux de cuivre (10^7 anneaux) couplée à un SQUID macroscopique et conduit à un courant de l'ordre de e/τ_D plus grand d'un ordre de grandeur que les prédictions. Dans ces expériences le signe du courant n'a pu être déterminé. Plus récemment Jariwala *et al.* [55] ont mesuré le magnétisme orbital de 30 anneaux d'or couplés à un micro-SQUID. Ils trouvent une réponse diamagnétique plus grande que les prédictions théoriques. Il est à noter que dans cette expérience le nombre d'anneaux n'est sans doute pas suffisant pour obtenir une moyenne d'ensemble, comme le prouve l'existence d'une composante à Φ_0 du même ordre de grandeur que la composante à $\Phi_0/2$. On peut également citer des mesures récentes sur des anneaux connectés par Rabaud *et al.* [56]. Toutes ces expériences sont réalisées dans un régime basse fréquence. Les mesures de Reulet *et al.* [57] ont été faites à fréquence finie en couplant une ligne méandre bifilaire à 10^5 anneaux gravés dans une hétérojonction GaAs/AlGaAs. Les réponse électrique et magnétique des anneaux sont alors mesurées simultanément. Or ces deux types de réponse sont escomptées être du même ordre de grandeur pour ce type de systèmes [58, 59]. Les expériences exposées dans la première partie de cette thèse permettent de mesurer séparément ces deux contributions à fréquence finie.

2.7 Réponse électrique : magnétopolarisabilité

La polarisabilité α d'un système détermine le dipôle électrique induit \mathbf{d} en présence d'un champ électrique appliqué \mathbf{E} . C'est donc une mesure de la répartition des charges sous l'action de \mathbf{E} et, en ce sens, α est une quantité liée à l'écrantage du système électronique. La polarisabilité d'un échantillon métallique est essentiellement déterminée par sa géométrie avec des corrections de l'ordre de λ_s/L dues à la compressibilité finie du gaz électronique [3, 4]. La détermination de la polarisabilité fait intervenir de manière cruciale l'écrantage du système.

Dans une vision semi-classique, lorsque l'échelle de variation du potentiel $V(\mathbf{r}) = eF(\mathbf{r})$ est grande devant λ_F , ce qui est le cas à 2D et 1D pour des champs dans le plan ou la direction de l'échantillon, l'effet de ce potentiel peut être incorporé dans la phase des fonctions d'onde électronique. Le déphasage le long d'une trajectoire \mathcal{T} est :

$$\frac{2\pi}{\hbar v_F} \int_{\mathcal{T}} V(\mathbf{r}) ds$$

avec s l'abscisse curviligne le long de la trajectoire. La correction dépendante du flux ma-

gnétique à l'énergie libre \mathcal{F} du système est associée aux interférences entre une trajectoire fermée et sa renversée par le sens du temps. Or le potentiel V préservant la symétrie par renversement du sens du temps, la phase accumulée le long de ces deux trajectoires est identique si bien que, dans le terme d'interférence, la phase associée à V s'annule : la composante dépendante du flux magnétique de \mathcal{F} est donc indépendante du champ électrique E . Par conséquent la dérivée de la polarisabilité par rapport au flux Φ , donnée par :

$$-\frac{\partial}{\partial \Phi} \frac{\partial^2 \mathcal{F}}{\partial E^2}$$

est nulle. Il n'y a donc pas de dépendance en flux à la polarisabilité moyenne à fréquence nulle. Le fait que la magnétopolarisabilité moyenne soit nulle à fréquence nulle a été montré théoriquement par Noat *et al.* [6] et Blanter et Mirlin [7, 60]. Ce résultat est de plus corroboré par des simulations numériques réalisées dans le modèle d'Anderson [pub6]. Nous verrons ultérieurement dans cette thèse qu'à fréquence finie il existe néanmoins une correction non nulle.

L'analyse précédente est basée sur des arguments semi-classiques, qui ne permettent pas de prendre en compte des phénomènes mettant en jeu des échelles d'énergie de l'ordre de l'écart moyen entre niveaux Δ . Les effets liés à d'éventuelles dégénérescences de niveaux et les spécificités inhérentes aux réseaux cristallins ne sont donc pas inclus dans l'analyse semi-classique. Pour remédier à cela, on peut utiliser, pour une première approche, une théorie de perturbation avec un potentiel électrique non écranté. Le hamiltonien du système soumis à un champ \mathbf{E} est $H = H_0 + eF$ avec $F = -\mathbf{E} \cdot \mathbf{r}$ le potentiel électrique. H_0 est le hamiltonien à un électron du système sans champ électrique dont les états propres et les énergies propres sont notés respectivement $|\alpha\rangle$ et ϵ_α . Il inclut l'éventuel effet du désordre et le flux magnétique. Dans la limite des faibles champs électriques au deuxième ordre en perturbation le dipôle électrique s'écrit à température et fréquence nulle :

$$d(\Phi) = -\frac{4e^2}{E} \sum_{\alpha=1}^N \sum_{\beta=N+1}^{\infty} \frac{|\langle \alpha | F | \beta \rangle|^2}{\epsilon_\alpha(\Phi) - \epsilon_\beta(\Phi)}$$

Plaçons nous d'abord dans le cas sans désordre. Au vu de la formule précédente on obtient une magnétopolarisabilité importante au passage des valeurs de flux pour lesquelles le dernier état occupé $|N\rangle$ et le premier état vide $|N+1\rangle$ ont la même énergie. L'amplitude de l'effet est alors déterminée par les règles de sélection introduites par le potentiel électrique. Si le potentiel couple les deux états on obtient une variation importante de la polarisabilité. Ces règles de sélection sont déterminées par la géométrie du système. Dans le cas d'un anneau ces règles conduisent à un effet très faible. Plus précisément si l'on considère les états, notés $|p\rangle$, d'un anneau unidimensionnel soumis à un flux magnétique Φ (voir page 33), il vient, pour p et q plus grands que 1, $\langle p | X | q \rangle = R/4\pi$ si $p = q \pm 2$, l'élément de matrice étant nul dans le cas contraire. Dans cette géométrie les états successifs ne sont donc pas couplés (excepté en bas de spectre pour les états $|0\rangle$ et $|1\rangle$). Une géométrie plus favorable à l'observation d'une magnétopolarisabilité importante à fréquence nulle est la géométrie cylindrique, pour des cylindres ayant une longueur très grande devant leur

diamètre, avec le champ électrique orienté perpendiculairement à l'axe du cylindre et le champ magnétique dans l'axe du tube. Cette géométrie autorise en effet un couplage entre les états $|N\rangle$ et $|N+1\rangle$ comme montré par Fulde et Ovchinnikov [61]. Dans le régime diffusif le désordre lève les dégénérescences entre niveaux si bien que les effets précédents doivent être fortement réduits.

Sur le plan expérimental, la signature de la cohérence quantique sur la polarisabilité n'avait donné lieu avant ce travail à aucune étude.

2.8 Effet de fréquence finie

À fréquence finie nous ne mesurons plus des quantités thermodynamiques mais des fonctions de réponse. En ce sens la mesure de la magnétopolarisabilité ou de la susceptibilité magnétique orbitale s'identifie à une mesure de conductance sur un échantillon non connecté. On peut s'attendre à ce que, dans cette configuration, la conductance soit fort différente du cas connecté. L'effet d'un flux magnétique dépendant du temps a été étudié, entre autres, par Büttiker *et al.* [62, 63]. Pour décrire ce régime, dans lequel le système est soumis à une perturbation variant périodiquement avec le temps, perturbation d'origine électrique ou magnétique, nous utilisons un formalisme appliqué au magnétisme orbital d'anneaux mésoscopiques par Trivedi et Browne [64] puis Reulet et Bouchiat [65]. Ce formalisme a été repris dans le cadre du calcul de la magnétopolarisabilité par Noat *et al.* [6].

Nous considérons un hamiltonien à un électron de la forme :

$$H(t) = H_0 + H_1 \exp i\omega t$$

avec H_0 le hamiltonien du système non perturbé qui englobe le désordre et un éventuel flux magnétique DC. La perturbation sinusoïdale $H_1 \exp i\omega t$ peut être d'origine électrique lorsque le système est soumis à un champ $\mathbf{E} \exp i\omega t$ et s'écrit alors, en champ moyen, $H_1 = eF(\mathbf{r})$ avec $F(\mathbf{r})$ le potentiel électrique écranté. Dans le cas magnétique $H_1 = \mathbf{J} \cdot \delta \mathbf{A}$ avec $\mathbf{J} = e\mathbf{P}/m$ l'opérateur courant et $\delta \mathbf{A}$ le potentiel vecteur associée à la composante oscillante du flux magnétique. Pour calculer l'évolution du système on se place dans le cadre d'une théorie de la réponse linéaire incluant un terme de relaxation dans l'équation d'évolution de la matrice densité :

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [H, \rho] - i\gamma (\rho - \rho_{eq})$$

γ est relié à la relaxation du système vers l'équilibre du fait du couplage avec un bain thermique. Rigoureusement parlant, cette relaxation est caractérisée par plusieurs temps $\gamma_{\alpha\beta}^{-1}$. Pour des raisons de simplicité, nous prenons par la suite une valeur unique de γ . Cette approximation n'amène pas de changement majeur dans le régime $\omega \gg \gamma$ et $\Delta \gg \gamma$ pour lequel γ n'intervient pas de manière explicite dans les résultats. Nous faisons également l'approximation que γ ne dépend pas de l'énergie. ρ_{eq} est la matrice densité du système décrit par $H(t)$ à l'équilibre soit $\rho_{eq}(t) = \exp(-\beta H(t)) / \text{Tr}[\exp(-\beta H(t))]$. On cherche la matrice

densité solution sous la forme $\rho(t) = \rho_0 + \delta\rho(t)$ avec $\rho_0 = \exp(-\beta H_0)/\text{Tr}[\exp(-\beta H_0)]$ soit encore, dans la base des états propres de H_0 , $(\rho_0)_{\alpha\beta} = f_\alpha \delta_{\alpha\beta}$, avec $f_\alpha = 1/(1 + \exp((\epsilon_\alpha - \mu)/k_B T))$ la fonction de Fermi-Dirac à l'énergie ϵ_α pour un potentiel chimique μ . On peut alors calculer, en fonction du cas considéré, soit la polarisabilité $\alpha = 1/E \text{Tr}[\rho X]$ soit la susceptibilité magnétique orbitale $\chi = \mu_0 L^2 / (\delta A) \text{Tr}[\rho J]$.

La variation en flux de la réponse magnétique est donnée par :

$$\delta\chi(\omega) = \mu_0 L^2 \delta \left(\sum_{\alpha \neq \beta} \frac{f_\alpha - f_\beta}{\epsilon_{\alpha\beta}} \frac{\epsilon_{\alpha\beta} - i\gamma}{\epsilon_{\alpha\beta} + \omega - i\gamma} |J_{\alpha\beta}|^2 + \sum_{\alpha} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \epsilon_\alpha} \frac{i\gamma}{i\gamma - \omega} |J_{\alpha\alpha}|^2 \right)$$

Le symbole δ signifie dans ce contexte la différence entre le cas avec un flux Φ et celui à flux nul. On note $\epsilon_{\alpha\beta} = \epsilon_\alpha - \epsilon_\beta$. Pour la partie électrique, si on s'intéresse uniquement à la partie dépendante du flux magnétique $\delta\alpha$ on doit tenir compte du fait que la correction liée à la cohérence quantique est déterminée par la dépendance en flux des éléments de matrice du potentiel écranté ($F_{\alpha\beta}$), comme montré par Efetov [5], ce qui conduit à une variation en flux de la polarisabilité :

$$\delta\alpha(\omega) = -\frac{2e^2}{E^2} \delta \left(\sum_{\alpha \neq \beta} \frac{f_\alpha - f_\beta}{\epsilon_{\alpha\beta}} \frac{\epsilon_{\alpha\beta} - i\gamma}{\epsilon_{\alpha\beta} + \omega - i\gamma} |F_{\alpha\beta}|^2 + \sum_{\alpha} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \epsilon_\alpha} \frac{i\gamma}{i\gamma - \omega} |F_{\alpha\alpha}|^2 \right)$$

On voit sur ces formules que les corrections quantiques à la polarisabilité ou à la susceptibilité magnétique orbitale ont une structure très similaire. L'évaluation de ces quantités fait intervenir d'une part la dépendance en flux des niveaux d'énergie, et en particulier leur statistique en présence ou en l'absence de flux, et d'autre part la variation avec le flux magnétique des éléments de matrice de F ou J . Cette évaluation est faite en détail dans la section 3.1 pour la réponse électrique.

On peut remarquer dès à présent que le rapport entre la réponse électrique et la réponse magnétique est déterminée par le rapport des amplitudes des éléments de matrice de J et de F . En anticipant les résultats obtenus sur la réponse électrique, on a dans le cas d'un anneau circulaire de périmètre L et de largeur W :

$$\langle |F_{\alpha\beta}|^2 \rangle \propto \frac{1}{g} \frac{L^2 \lambda_s^2}{W^2}$$

$g = E_c/\Delta$ désigne la conductance adimensionnée. D'autre part l'élément de matrice de l'opérateur courant est tel que [66] :

$$\langle |J_{\alpha\beta}|^2 \rangle \propto g e^2 L^2 \Delta^2$$

On en déduit :

$$\frac{\delta\chi}{\delta\alpha/\epsilon_0} \approx (Z_0 G_D)^2 \approx \alpha^2 g^2 \quad (2.7)$$

$Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 377\Omega$ l'impédance du vide, $G_D = ge^2/h$ la conductance de Drude et $\alpha \approx 1/137$ la constante de structure fine. Notons que la relation 2.7 est a priori valable

pour la partie réelle et la partie imaginaire des réponses électriques et magnétiques. Pour des anneaux réalisés dans un semi-conducteur (tels que ceux que nous avons étudiés au cours de cette thèse) il faut tenir compte également de la constante diélectrique ϵ_r du semi-conducteur. Dans ces conditions la réponse électrique n'est pas négligeable devant la réponse magnétique, d'où l'intérêt de nos mesures qui permettent de distinguer ces deux types de réponse.

Les considérations précédentes s'inscrivent dans le cadre de la réponse linéaire. Une autre catégorie de phénomènes peut intervenir lorsqu'on travaille à fréquence finie, ce sont les phénomènes associés aux non-linéarités d'un système mésoscopique. Ainsi il a été prévu récemment par Kravtsov *et al.* [9] qu'une assemblée d'anneaux soumis à un champ haute fréquence pouvait être le siège d'un magnétisme orbital DC, qui ne peut pas être distingué dans les expériences de celui des courants permanents. Ces courants DC résultent du redressement par les anneaux du champ haute fréquence. Pour étudier cet aspect de la réponse de systèmes mésoscopiques nous avons mesuré l'effet photovoltaïque, à savoir la tension DC générée aux bornes d'un échantillon lorsque celui-ci est soumis à un signal haute fréquence, sur un anneau Aharonov-Bohm et sur une grille, celle-ci permettant de mesurer la réponse de l'anneau après une moyenne d'ensemble.

2.9 Effet de proximité dans les nanotubes de carbone

Les effets présentés précédemment étaient reliés au phénomène de cohérence de phase, qui concerne les états à un électron. Cette cohérence de phase est également indispensable pour pouvoir induire de la supraconductivité dans un système par effet de proximité. Ainsi, en plaçant un système en contact avec un supraconducteur, on peut tester sa cohérence. Cette étude a été réalisée sur des nanotubes de carbone. Ces systèmes, qui ont suscité et qui suscitent encore un intérêt important tant du point de vue de la physique fondamentale que des applications, sont escomptés présenter des propriétés uniques de transport unidimensionnel, a priori incompatible avec l'établissement d'un état de type supraconducteur. Nous sommes toutefois parvenus à induire un tel état dans un nanotube de carbone en reliant celui-ci à des contacts supraconducteurs. L'existence d'un courant Josephson, courant qui circule à tension nulle, est le signe qu'un transport cohérent est possible dans ces systèmes sur des longueurs de l'ordre du micron.

2.9.1 Réflexion d'Andreev

L'état supraconducteur est un état présentant une cohérence à l'échelle macroscopique, état qui est caractérisé par l'existence d'états liés à deux électrons : les paires de Cooper. Dans les supraconducteurs à «basse» température critique ces états liés trouvent leur origine dans une interaction effective attractive entre électrons du fait de l'interaction électron-phonon [67,68]. Il ne peut pas y avoir dans un tel système d'excitation de type particule ou trou individuelle dans une gamme d'énergie 2Δ autour du niveau de Fermi. Δ est le «gap» du supraconducteur, relié à l'énergie de liaison des paires de Cooper. Il n'est donc pas

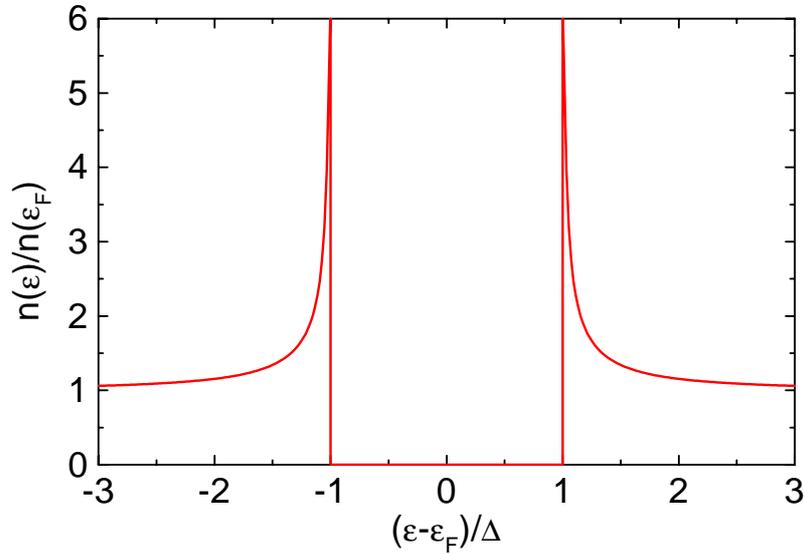


FIG. 2.10 – Densité d'état à une particule dans un supraconducteur de «gap» Δ . Le cas du métal normal correspondrait à $n(\epsilon)/n(\epsilon_F) = 1$.

possible d'injecter individuellement un électron ou un trou dans un supraconducteur pour des énergies d'excitations inférieures au gap. Cette caractéristique ressort très nettement sur la densité d'état à une particule d'un supraconducteur telle que déduite de la théorie BCS [69] (figure 2.10). Toutefois, à l'interface entre un métal normal et un supraconducteur, la conversion d'un courant électronique en un courant non-dissipatif porté par l'état supraconducteur est possible. Le mécanisme à l'origine de cette conversion est la réflexion d'Andreev [70] : une excitation de type électronique avec une énergie légèrement supérieure au niveau de Fermi est réfléchi en une excitation de type trou d'énergie inférieure au niveau de Fermi, l'excès de charge étant emporté par une paire de Cooper dans le supraconducteur (figure 2.11). Le trou réfléchi a une impulsion qui est l'opposée de l'impulsion de l'électron incident. De plus l'état du trou est corrélé à celui de l'électron incident si bien que l'on observe une modification des caractéristiques du métal normal au voisinage de l'interface avec le supraconducteur : c'est l'effet de proximité. Si on considère à présent une région de métal normal comprise entre deux supraconducteurs et si la longueur de cette région normale est suffisamment faible pour que les paires électrons-trous restent corrélées dans toute cette région (nous reviendrons en détail sur cette condition dans la section 2.9.3), des états liés constitués d'une superposition cohérente d'un état de type électron et un état de type trou, les états liés d'Andreev, peuvent exister. Une signature de ces états liés est l'existence d'un courant Josephson qui circule dans la jonction supraconducteur-normal-supraconducteur (SNS) en l'absence de tension au borne de la jonction. Nous détaillons dans la section suivante le calcul de ces états liés dans une jonction balistique.

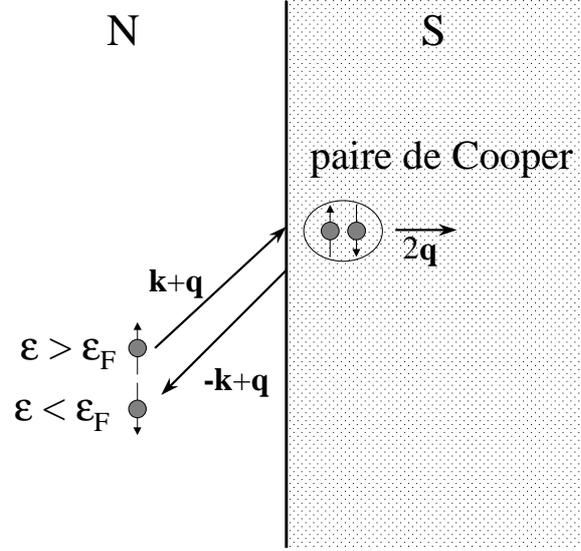


FIG. 2.11 – Schématisation de la réflexion d’Andreev : un électron d’énergie supérieure au niveau de Fermi et d’impulsion $\hbar(\mathbf{k} + \mathbf{q})$ avec $|\mathbf{k}| = k_F$ est converti à l’interface normal-supraconducteur en une paire de Cooper d’impulsion $2\mathbf{q}$ et un trou correspondant à un état électronique d’impulsion $\hbar(-\mathbf{k} + \mathbf{q})$.

2.9.2 Cas d’une jonction longue balistique

Nous allons voir que le courant Josephson qui circule dans une jonction SNS est déterminé par la différence de phase φ qui existe entre les deux contacts supraconducteurs. Le système considéré est schématisé sur la figure 2.12. Il correspond à un fil normal unidimensionnel de longueur $L = 2d$ relié à deux contacts supraconducteurs de paramètre supraconducteur $\Delta \exp(i\varphi_1)$ et $\Delta \exp(i\varphi_2)$. Le système est supposé être sans désordre et à température nulle. Nous allons dans un premier temps résoudre l’équation de Bogoliubov-de Gennes, qui régit le comportement des paires électrons-trous, suivant en cela le traitement de Kulik [71]. Dans ce modèle le paramètre supraconducteur est supposé varier de manière abrupte aux interfaces entre la zone normale et la zone supraconductrice. Pour que cette approximation soit valable il faut que l’échelle caractéristique de variation du paramètre supraconducteur, qui est donnée par la longueur de cohérence du supraconducteur ξ , soit petite devant la longueur de la jonction L . On se trouve donc dans une limite de jonction longue $L \gg \xi$, condition qui peut encore se réécrire d’un point de vue énergétique, en utilisant le fait que $\xi = \hbar v_F / (\pi \Delta)$ et en définissant l’énergie associée au temps nécessaire à un électron pour traverser la jonction $E_c = \hbar v_F / L$, $E_c \ll \Delta$. L’équation de Bogoliubov-de Gennes [67, 68] s’écrit :

$$\begin{bmatrix} \mathcal{H} & \Delta \\ \Delta^* & -\mathcal{H}^* \end{bmatrix} \psi = E\psi$$

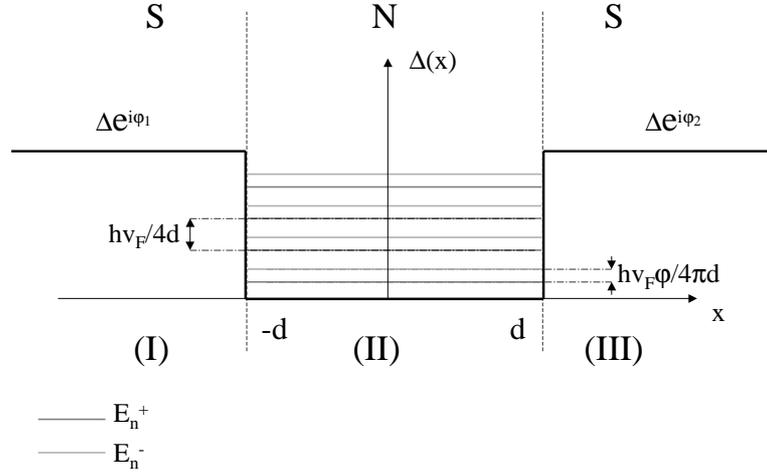


FIG. 2.12 – Schéma de la jonction SNS considérée. $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ désigne la différence de phase entre les paramètres supraconducteurs des deux contacts. On a également représenté les niveaux correspondant aux états liés d'Andreev.

avec

$$\psi(x) = \begin{bmatrix} u(x) \\ v(x) \end{bmatrix}$$

la fonction d'onde du système. $u(x)$ dénote la composante de nature électronique de cette fonction d'onde alors que $v(x)$ en est la composante de type trou. $\mathcal{H} = p^2/(2m) + V(x) - E_F$ est l'hamiltonien à une particule, avec les énergies définies relativement au potentiel chimique E_F . Le potentiel $V(x)$ tient compte d'un éventuel désordre (qui sera supposé nul dans notre calcul). On considère uniquement les états liés du système ($E < \Delta$). De tels états existent car nous sommes dans une limite de jonction longue. L'expression des solutions de cette équation dans les différentes zones est :

– zone I :

$$\begin{aligned} \psi_I^+(x) &= C^+ \exp(i\lambda_-(x+d)) \begin{bmatrix} \gamma \\ e^{-i\varphi_1} \end{bmatrix} \\ \psi_I^-(x) &= C^- \exp(-i\lambda_+(x+d)) \begin{bmatrix} \gamma^* \\ e^{-i\varphi_1} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

– zone II :

$$\begin{aligned}\psi_{II}^+(x) &= A^+ \exp(ik_+x) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + B^+ \exp(ik_-x) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \psi_{II}^-(x) &= A^- \exp(-ik_+x) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + B^- \exp(-ik_-x) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

– zone III :

$$\begin{aligned}\psi_{III}^+(x) &= D^+ \exp(i\lambda_+(x-d)) \begin{bmatrix} e^{i\varphi_2} \\ \gamma \end{bmatrix} \\ \psi_{III}^-(x) &= D^- \exp(-i\lambda_-(x-d)) \begin{bmatrix} e^{i\varphi_2} \\ \gamma^* \end{bmatrix}\end{aligned}$$

avec

$$\gamma = \frac{\Delta}{E + i\sqrt{\Delta^2 - E^2}}; \frac{\hbar^2 \lambda_{\pm}^2}{2m} = E_F \pm i\sqrt{\Delta^2 - E^2}; \frac{\hbar^2 k_{\pm}^2}{2m} = E_F \pm E$$

Dans la zone II les solutions notées «+» correspondent à un électron se déplaçant dans le sens des x croissants et un trou se déplaçant en sens inverse. Les solutions notées «-» correspondent à la situation opposée. De la continuité de la fonction d'onde et de sa dérivée aux interfaces I-II et II-III on déduit la condition de quantification des niveaux d'énergie : $\gamma^2 \exp(2i(k_+ - k_-)d) \exp(\pm i\varphi) = 1$ avec $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$. Cette condition vaut donc pour la différence des vecteurs d'onde de l'électron et du trou réfléchi. On notera que k_+ et k_- sont de l'ordre de grandeur de k_F , l'amplitude du vecteur d'onde de Fermi, alors que la différence $k_+ - k_- = 2q$, qui donne l'impulsion de la paire de Cooper, est très faible devant k_F . La réflexion d'Andreev d'un électron sur le contact supraconducteur I s'accompagne d'un déphasage de φ_1 tandis que la réflexion sur le contact III conduit à un déphasage φ_2 . De ce fait les états liés d'Andreev, et donc leur énergie, dépendent de la différence de phase $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$. On déduit de la relation de quantification les niveaux d'énergie :

$$E_n^{\pm} = \frac{\hbar v_F}{4d} (2(\pi n + \delta) \mp \varphi)$$

où $\delta = \arccos(E/\Delta)$. Dans la limite des faibles énergies ($E \ll \Delta$) $\delta = \pi/2$ si bien que :

$$E_n^{\pm} = \frac{\hbar v_F}{4d} (2\pi n + \pi \mp \varphi)$$

Le spectre d'excitation du système est montré sur la figure 2.13. Le courant Josephson qui traverse la jonction peut alors se déduire du courant porté par chacun de ces niveaux $i_n = -2e/\hbar dE_n/d\varphi$ ⁵. Toutefois pour cela il faut tenir compte du fait que l'on a calculé ici un spectre d'excitation et non pas le spectre des valeurs propres du système. Une astuce, d'abord introduite par Bardeen et Johnson [72] puis reprise entre autres par Büttiker et Klapwijk [73], permet de s'affranchir de cette difficulté. Le raisonnement est le suivant : à

5. La charge portée par le courant d'un état + correspond à deux fois la charge d'un électron.

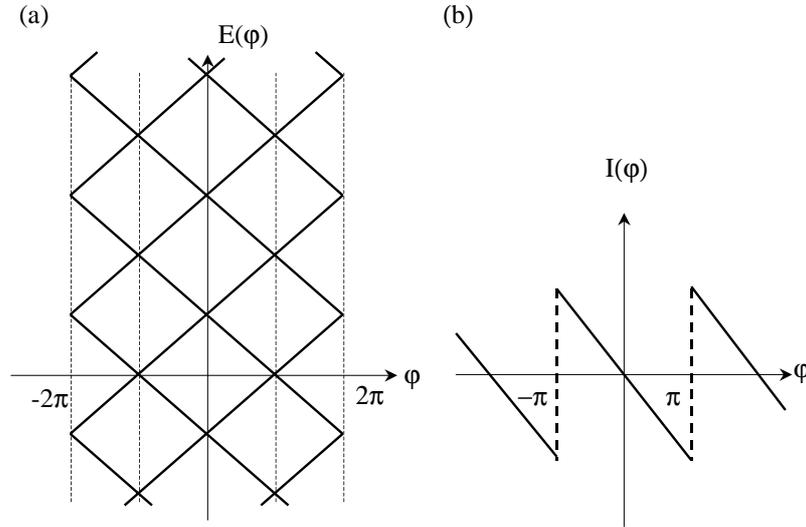


FIG. 2.13 – (a) Spectre d'excitation d'une jonction SNS. φ est la différence de phase entre les deux contacts supraconducteurs. (b) Courant Josephson en fonction de φ .

$\varphi = 0$ le courant est supposé être nul, et le comportement en flux être linéaire. La pente est alors estimée connaissant la différence de phase φ pour laquelle un des niveaux excités croise le niveau de Fermi. Ce croisement a lieu pour $\varphi = (2n + 1)\pi$ avec $n \in \mathbb{Z}$ (figure 2.13 (a)). En supposant, pour les besoins du raisonnement, que la température T n'est pas nulle, pour φ inférieure mais très proche de π , les états portant un courant négatif sont peuplés, d'où un courant $I = -2ev_F/(2L)f(E_-)$. Par contre pour $\varphi > \pi$ ce sont cette fois les états portant un courant positif qui sont peuplés, ce qui conduit à un courant $I = 2ev_F/(2L)f(E_+)$. La discontinuité de courant est donc $\Delta I = 4ev_F/(2L)f(0) = ev_F/L$ avec $f(0) = 1/2$. On en déduit la forme du courant Josephson à température nulle en fonction de la différence de phase φ (figure 2.13 (b)). Cette forme de courant a été calculée pour des jonctions longues à température nulle par Ishii [74].

On notera la grande similitude entre ce courant Josephson et le courant permanent moyen dans un anneau normal unidimensionnel. Cette ressemblance n'est pas fortuite, elle découle du fait que l'on considère dans les deux cas la dépendance des états du système aux conditions aux limites, imposées par le flux magnétique dans le cas des courants permanents et par la différence de phase du paramètre supraconducteur des contacts dans le cas de la jonction SNS. Ce point de vue, basé sur l'analogie entre ces deux phénomènes, a été mis en avant dès les premières prédictions de l'existence des courants permanents dans un anneau constitué de métal normal par Büttiker, Imry et Landauer [75]. Cet aspect était implicitement présent dans les travaux de, entre autres, Byers [76] et Bloch [77].

Toutefois la dépendance du courant critique et des courants permanents vis à vis du nombre de canaux de conduction M est fort différente. En effet comme nous l'avons vu l'amplitude du courant permanent moyen est peu affectée par le nombre de canaux M en l'absence de désordre. Le courant critique au contraire augmente avec le nombre de canaux de conduction. Ainsi dans des jonctions longues (cas que nous avons étudié ici) Furusaki *et al* [78] ont montré que le courant critique croissait linéairement avec la largeur de la zone normale. Toutefois cette dépendance n'est pas universelle en ce sens qu'elle dépend fortement des caractéristiques de la jonction et en particulier de sa forme. Au contraire dans la limite des jonctions courtes ($L \ll \xi$ ou $E_c \gg \Delta$) Beenaker et Van Houten [79] prédisent que le courant critique est quantifié en unité de $e\Delta/\hbar$, et proportionnel au nombre de canaux. Ce phénomène, observé par Takayanagi *et al.* [80], est l'analogue pour la jonction SNS de la quantification de la conductance d'un point quantique. Cette propriété découle du fait qu'il est possible de résoudre les équations de Bogoliubov-de Gennes *canal par canal*. Le courant critique total est alors la somme des courants critiques de chacun des canaux. Notons toutefois que si la valeur moyenne du courant critique dans un échantillon multicanal est bien plus importante que celle du courant permanent, les fluctuations du courant critique peuvent être, dans un échantillon désordonné, du même ordre de grandeur que les courants permanents [81].

En anticipant les résultats exposés dans la section 2.9.3 sur la dépendance en température du courant critique, on peut montrer que cette dépendance est une autre similitude entre le courant permanent moyen et le courant critique, tout du moins pour des jonctions SNS diffusives longues. En effet ces deux quantités présentent une décroissance exponentielle avec la température, avec une échelle caractéristique déterminée par l'énergie de Thouless E_c .

2.9.3 Prédiction pour des jonctions SNS

Comme nous l'avons vu précédemment, l'effet de proximité est lié au fait qu'une paire de Cooper peut se propager sous la forme d'une paire électron-trou (une paire d'Andreev) dans le métal normal. Lorsque cette partie normale est comprise entre deux supraconducteurs il existe dans la partie normale des états liés constitués d'une superposition cohérente d'un état de type particule se propageant dans un sens avec un état de type trou se propageant dans l'autre sens. Pour que cela soit possible il faut que la cohérence de la paire d'Andreev puisse se conserver sur une longueur au moins égale à la longueur de la partie normale L . Or cette cohérence peut être détruite par un certain nombre de phénomènes :

- en premier lieu l'électron et le trou de la paire d'Andreev n'étant pas à l'énergie de Fermi mais à une énergie ϵ au dessus de celle-ci pour l'électron, la phase relative des constituants de la paire évolue avec le temps selon $\varphi(t) = 2\epsilon t/\hbar$. On a donc un déphasage complet ($\varphi = 2\pi$) en un temps $t = \hbar\pi/\epsilon$. La longueur sur laquelle ce déphasage a lieu est alors de l'ordre de $L_\epsilon = \hbar v_F/\epsilon$ dans le cas balistique et $L_\epsilon = \sqrt{\hbar D}/\epsilon$ dans le cas diffusif.
- à température non nulle les états excités du système sont peuplés sur une gamme

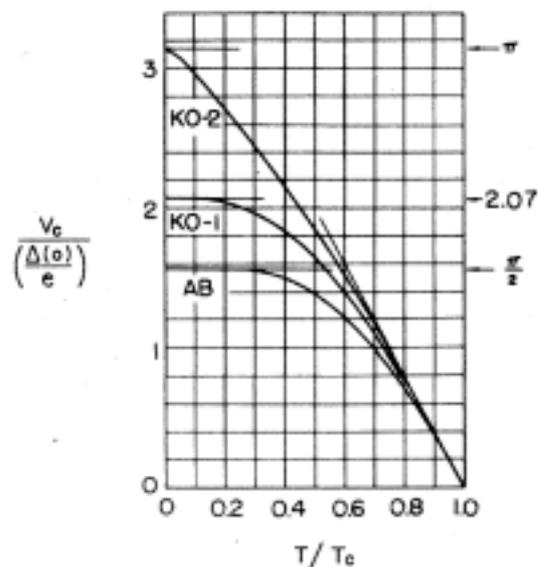


FIG. 2.14 – Dépendance en température du courant critique ($V_c = R_N I_c$) pour différents types de jonctions SNS courtes. (AB) Théorie pour une jonction tunnel (Ambegaokar et Baratoff [82]). (KO-1) Jonction diffusive (Kulik et Omelyanchuk [83]). (KO-2) Jonction balistique [84]. Cette figure est extraite de la référence [85].

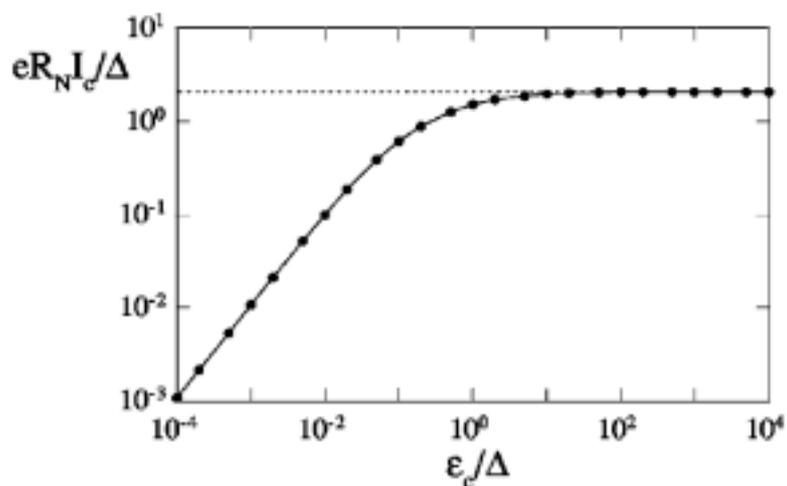


FIG. 2.15 – Dépendance du courant critique d'une jonction SNS diffusive en fonction de rapport ϵ_c / Δ , avec $\epsilon_c = E_c / (2\pi)$. Cette figure est extraite de la référence [86].

d'énergie $k_B T$. L'agitation thermique définit donc une longueur de déphasage $L_T = \hbar v_F / (k_B T)$ pour le cas balistique et $L_T = \sqrt{\hbar D / (k_B T)}$ dans le cas diffusif.

- tout processus inélastique va également conduire à un déphasage. Ce peut être le cas avec les processus de retournement du spin (spin-flip) ou avec les collisions avec les autres électrons, processus caractérisé à basse température par la longueur de cohérence de phase L_Φ .

Si L est inférieure à toutes les longueurs reliées à la perte de cohérence, l'effet de proximité va pouvoir s'établir dans toute la partie normale. Dans ce cas un courant non-dissipatif, circulant sans aucune chute de potentiel aux bornes de la jonction SNS, parcourt la jonction : c'est le courant Josephson. Sa valeur dépend de la différence de phase entre les paramètres supraconducteurs des deux contacts. Le courant maximum qui peut circuler est le courant critique I_c . Les prédictions théoriques concernant la valeur de ce dernier, dont une revue est faite par Likharev [85], peuvent se classer suivant deux cas limites :

- **Jonction courte.** Ce cas correspond à $L \ll \xi$, cette condition peut encore se réécrire $E_c \gg \Delta$. La valeur du courant critique est alors imposée par le «gap» supraconducteur Δ . Les prédictions de Kulik et Omelyanchuk conduisent, à température nulle, à $eR_N I_c = 2.07\Delta$ [83] pour une jonction diffusivité et $eR_N I_c = \pi\Delta$ [84] dans le cas balistique. Pour des températures suffisamment proches de la température critique T_c des contacts, on retrouve le résultat de Ambegaokar et Baratoff [82], valable pour des jonctions tunnel :

$$eR_N I_c = \frac{\pi}{2} \Delta(T) \tanh \frac{\Delta(T)}{2k_B T} \approx \alpha(T - T_c)$$

avec $\alpha = 2\pi^3 k_B / 7\zeta(3)$ (figure 2.14).

- **Jonction longue.** Le cas de la jonction longue correspond à $L \gg \xi$, soit encore $E_c \ll \Delta$. Dans ce cas le courant critique est imposé par l'énergie de Thouless E_c . Plus précisément, comme nous l'avons vu précédemment, le courant critique d'une jonction longue balistique⁶ est tel que $eR_N I_c = E_c / (2\pi)$. Dans le régime diffusif et dans la limite de jonctions très longues ($E_c / \Delta \rightarrow 0$) Dubos *et al.* [86] prédisent $eR_N I_c(T = 0) = 10.82 E_c / (2\pi)$ (figure 2.15) et une décroissance exponentielle du courant critique sur une échelle de température déterminée par E_c .

Globalement on peut donc considérer que la valeur du courant critique est donnée par $eR_N I_c \approx \min(E_c / (2\pi), \Delta)$, sachant que le coefficient de proportionnalité dépend du cas, jonction longue ou jonction courte.

6. Les formules que nous donnons tiennent compte de la définition de l'énergie de Thouless que nous avons adoptée, à savoir $E_c = \hbar D / L^2$ dans le cas diffusif et $E_c = \hbar v_F / L$ dans le cas balistique.

Première partie

Réponse électrique et magnétique d'anneaux mésoscopiques

Cette partie de la thèse est consacrée à la mesure des propriétés d'anneaux mésoscopiques isolés. Plus précisément nous présentons les résultats obtenus sur la dépendance en flux magnétique de la réponse électrique et magnétique d'anneaux Aharonov-Bohm.

Ces expériences s'inscrivent dans la continuité des mesures de Reulet *et al.* [57], pour lesquelles des anneaux gravés dans une hétérojonction GaAs/AlGaAs étaient couplés à une ligne bifilaire. Les modifications de la ligne, qui se comporte comme un résonateur dont la fréquence de résonance se situe dans la gamme des radiofréquences, permettent alors de remonter à la réponse des anneaux. Toutefois du fait de la géométrie adoptée le signal obtenu mélange réponse électrique et réponse magnétique. Or des prédictions théoriques [58, 59] indiquent que ces deux types de réponse pourraient être du même ordre de grandeur dans des anneaux GaAs/AlGaAs. Au cours de cette thèse, en utilisant un nouveau modèle de résonateur avec une partie inductive et une partie capacitive séparée il a été possible de mesurer indépendamment la réponse électrique et la réponse magnétique. Cette mesure distincte des deux types de réponse nous donne l'opportunité de les comparer.

Indépendamment de cette comparaison, la mesure de la correction due à la cohérence quantique sur l'écrantage électrique est intéressante en soi car elle constitue la première mise en évidence expérimentale d'un tel effet. Une telle mesure est toutefois problématique car les calculs théoriques [6, 7, 60] semblent indiquer un effet nul à fréquence nulle. Toutefois, de par notre système de détection, l'expérience se fait à fréquence finie d'où l'existence possible d'un signal mesurable. Le signe et l'amplitude de l'effet, c'est à dire la partie réelle et imaginaire de la magnétopolarisabilité, sont susceptibles de nous renseigner sur la validité des analyses théoriques qui en sont faites et, d'autre part, de donner des renseignements sur la statistique des niveaux d'énergie dans les systèmes étudiés et sa sensibilité à un flux magnétique.

La mesure du magnétisme orbital sur des anneaux s'inscrit dans un contexte expérimental différent. En effet, comme nous l'avons rappelé dans l'introduction de la thèse, la réponse magnétique typique ou moyenne d'anneaux mésoscopiques a déjà donné lieu à un certain nombre de mesures. Sur le plan théorique cette réponse à fréquence nulle, qui s'identifie alors aux courants permanents, a été étudiée par de nombreux auteurs. Il n'en demeure pas moins qu'il existe toujours un désaccord important entre les courants mesurés et les courants prédits, les seconds étant plus petits d'un ordre de grandeur par rapport aux premiers pour des anneaux diffusifs. De ce point de vue de nouvelles mesures du magnétisme orbital, et tout particulièrement du signe de l'effet moyen, sont toujours pertinentes. De plus nos mesures étant faites à fréquence finie, elles se placent dans un régime qui n'a pas été étudié puisque les expériences menées jusqu'à présent étaient des mesures à basse fréquence. Deux types d'anneaux ont été mesurés, d'abord des anneaux gravés dans une hétérojonction GaAs/AlGaAs, qui sont bidimensionnels et semi-balistiques, et des anneaux métalliques réalisés en argent, diffusifs avec un fort couplage spin-orbite. La possibilité d'avoir ces deux systèmes permet de comparer un même phénomène, en l'occurrence le magnétisme orbital, dans deux limites différentes. Cela pourrait permettre de trancher entre les diverses interprétations théoriques.

Une des analyses possibles des mesures de courants permanents fait intervenir les non-linéarités d'un système mésoscopique [9, 87, 88]. Devant la difficulté d'étudier cet effet

directement sur la réponse magnétique orbitale, nous nous sommes tournés vers la mise en évidence de celui-ci sur des échantillons connectés. En soumettant un échantillon mésoscopique à une radiation hyperfréquence il est possible de générer aux bornes de l'échantillon une tension continue, qui résulte du redressement du signal hyperfréquence : c'est l'effet photovoltaïque. La question qui a motivé notre étude est de savoir si un tel effet pouvait résister à une moyenne sur le désordre. Il pourrait en effet alors être possible de relier cette moyenne au courant permanent moyen mesuré à basse fréquence. Ce travail, assez exploratoire, est présenté à la fin de cette partie de la thèse.

La présentation des résultats suit la problématique exposée précédemment. Dans un premier temps nous détaillons le dispositif expérimental utilisé, ainsi que la fabrication des échantillons gravés dans GaAs/AlGaAs. Les résultats sur la réponse électriques des anneaux gravés sont ensuite présentés. Nous poursuivons avec la mesure de la réponse magnétique orbitale des anneaux gravés et des anneaux en argent. Le dernier chapitre est consacré à la mise en évidence des effets des non-linéarités sur un anneau Aharonov-Bohm et sur une grille.

Chapitre 1

Dispositif expérimental

Pour réaliser la mesure de la réponse électrique ou magnétique des anneaux ceux-ci sont couplés à un micro-résonateur réalisé en matériau supraconducteur permettant d'obtenir un facteur de qualité important, gage d'une bonne sensibilité. Les propriétés du résonateur sont modifiées par la présence des anneaux et c'est en mesurant la variation de fréquence de résonance et de facteur de qualité du résonateur qu'il est possible de remonter aux propriétés des anneaux. Les expériences se font à très basse température dans un cryostat à dilution He^3/He^4 [89] qui permet d'atteindre des températures de l'ordre de 20 mK au niveau de la chambre de mélange.

1.1 Micro-résonateur supraconducteur

Le résonateur est réalisé par lithographie optique et gravure ionique réactive comme illustré sur la figure 1.1. Il est constitué d'une ligne de niobium déposée sur un substrat de saphir. La couche mince de niobium est déposée par pulvérisation cathodique, en bombardant une cible de niobium par des ions d'argon énergétiques. Le niobium a été choisi du fait de sa température critique relativement importante ($T_c = 9.2$ K) et de son champ critique élevé ($H_{c1} \approx 1000$ G) qui permet de limiter la dépendance des propriétés du résonateur vis à vis du champ magnétique. Le substrat de saphir a été préféré au silicium ou à l'arséniure de gallium (GaAs) car il induit une faible dépendance en température de la fréquence de résonance et permet d'atteindre des valeurs élevées de facteur de qualité du fait de la qualité de la couche de niobium que l'on peut y déposer. Un schéma ainsi que des vues partielles du résonateur sont montrés sur la figure 1.2. La largeur du fil constituant le résonateur est de $2 \mu\text{m}$ pour une épaisseur de l'ordre de $1 \mu\text{m}$. L'espacement entre deux fils adjacents est de $4 \mu\text{m}$. Différents modèles de résonateur ont été réalisés qui possèdent une longueur effective de l'inductance ou de la capacitance de 10 cm ou 20 cm en fonction du modèle. Avec ce type de résonateur l'inductance est séparée physiquement de la partie capacitive par une distance de l'ordre de $300 \mu\text{m}$ permettant ainsi de soumettre l'échantillon uniquement à un champ électrique ou à un champ magnétique. Le résonateur peut être modélisé au voisinage de la résonance par un circuit LC de résistance r , de capacitance \mathcal{C}

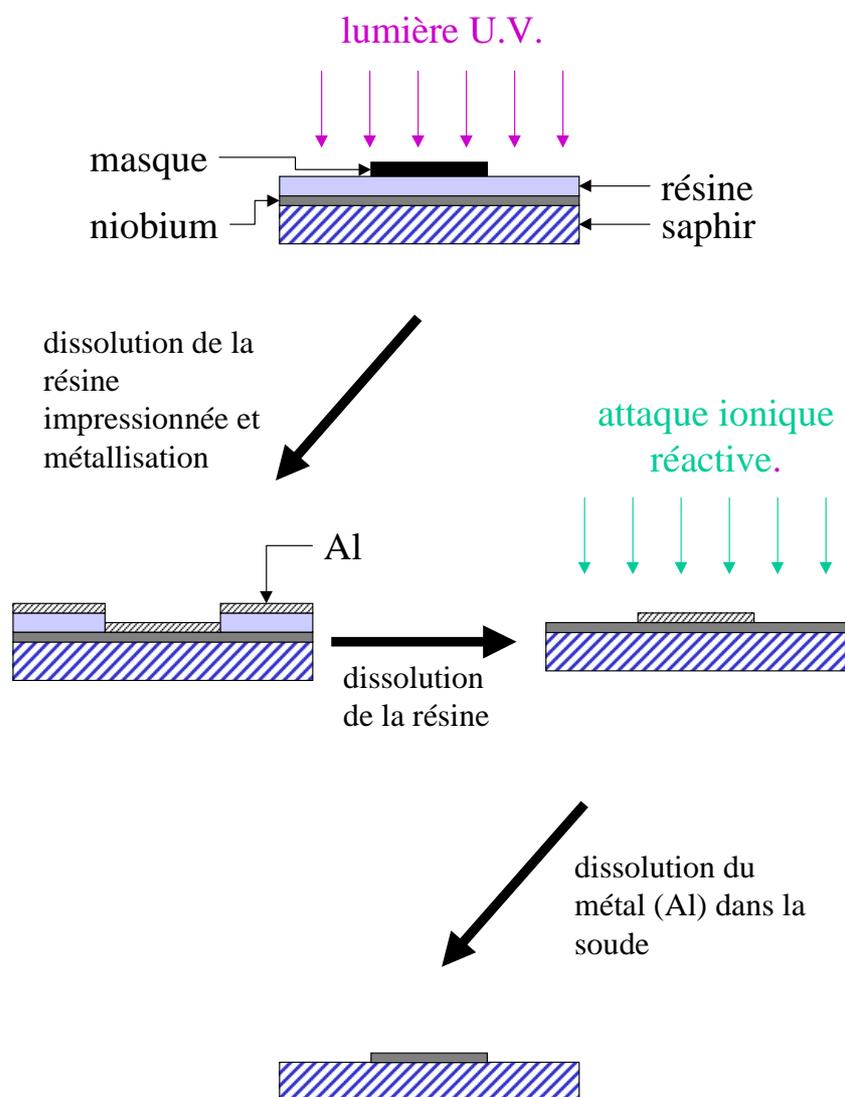


FIG. 1.1 – Illustration des différentes étapes de la fabrication du résonateur en niobium. Cette fabrication débute par une étape de lithographie optique suivie d'une gravure ionique réactive.

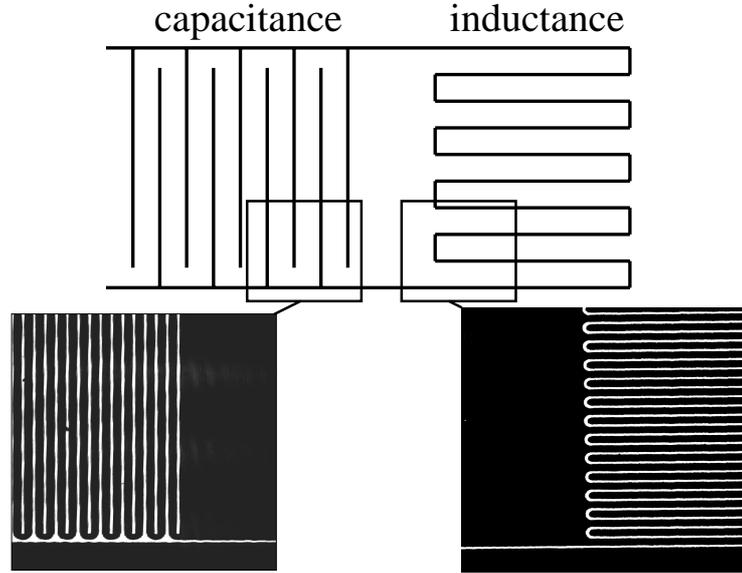


FIG. 1.2 – Représentation schématique du résonateur supraconducteur. La partie capacitive et la partie inductive sont physiquement séparées. On montre également deux images partielles du résonateur obtenues par microscopie optique.

et d'inductance \mathcal{L} . La fréquence de résonance est alors donnée par $f_0 = 1/(2\pi\sqrt{\mathcal{L}\mathcal{C}})$ et le facteur de qualité par $Q = \mathcal{L}\omega_0/r$. La fréquence de résonance du résonateur seul se situe entre 200 MHz et 400 MHz selon le modèle. Les facteurs de qualité que l'on peut atteindre sont de l'ordre de 10000 à 4.2 K et peuvent aller jusqu'à 200000 à 20 mK. La séparation entre partie magnétique et électrique a été vérifiée en déposant une molécule organique, la DPPH, dont le signal de résonance électronique de spin est bien connu. Un signal de réponse magnétique de spin a été mesuré lorsque la DPPH était placée sur la partie magnétique. En toute rigueur ce test nous permet d'affirmer que la partie inductive résiduelle de la capacitance est négligeable aux fréquences auxquelles nous travaillons. En revanche il est tout à fait envisageable que la partie inductive présente également une composante capacitive importante. Nous avons estimé cette capacité résiduelle à partir des valeurs de la fréquence de résonance associée aux modes de la ligne méandre seule, dont le fondamental se situe aux environs de 1.2 GHz. Nous en déduisons que cette capacité résiduelle est au moins dix fois plus petite que \mathcal{C} . A cause de l'effet Meissner, le champ magnétique DC à proximité du résonateur est fortement inhomogène. Or il est très important pour la validité de nos mesures que les différents anneaux qui constituent l'échantillon voient le même champ magnétique statique. Pour minimiser cet effet, un film de mylar, d'épaisseur voisine de 1 μm , est placé entre le résonateur et l'échantillon. Cela réduit les inhomogénéités de champ à une valeur de l'ordre de 10 %, ce qui correspond à peu près aux fluctuations introduites par la lithographie.

1.2 Couplage électrique

Pour mesurer la réponse électrique des anneaux, ceux-ci sont placés sur la partie capacitive du résonateur. On note $\alpha(\omega) = \alpha'(\omega) - i\alpha''(\omega)$ la réponse électrique d'un anneau moyennée sur le désordre à la fréquence ω . L'impédance associée à la partie capacitive du résonateur est alors :

$$\begin{aligned} Z(\omega) &= \frac{1}{i\mathcal{C}\omega(1 + Nk_e\alpha(\omega))} \\ &\approx \frac{1}{i\mathcal{C}\omega}(1 - Nk_e\alpha'(\omega) + iNk_e\alpha''(\omega)) \end{aligned}$$

avec N le nombre d'anneaux couplés au résonateur et k_e le couplage électrique moyen entre un anneau et la capacitance. $\epsilon_0 k_e$ est homogène à l'inverse d'un volume. On déduit de l'expression précédente que la capacitance modifiée par les anneaux est équivalente à une capacitance $\mathcal{C}(1 + Nk_e\alpha'(\omega))$ en série avec une résistance $Nk_e\alpha''(\omega)/\mathcal{C}\omega$. De ce fait la variation induite par les anneaux est telle que :

$$\frac{\delta\mathcal{C}}{\mathcal{C}} = Nk_e\alpha'(\omega) \quad (1.1)$$

ce qui entraîne une variation de la fréquence de résonance :

$$\frac{\delta f}{f_0} = -\frac{1}{2}Nk_e\alpha'(\omega_0) \quad (1.2)$$

De plus le facteur de qualité s'écrit :

$$\frac{1}{Q} = \frac{r + \frac{Nk_e\alpha''(\omega_0)}{\mathcal{C}\omega_0}}{\mathcal{L}(\omega_0 + \delta\omega)} \quad (1.3)$$

En utilisant le fait qu'à résonance $\mathcal{L}\mathcal{C}\omega_0^2 = 1$ il vient :

$$\delta\left(\frac{1}{Q}\right) = Nk_e\alpha''(\omega_0) - \frac{1}{Q}\frac{1}{2}k_eN\alpha'(\omega_0) \approx Nk_e\alpha''(\omega_0) \quad (1.4)$$

dans l'hypothèse où $Q \gg 1$.

On voit donc que, connaissant le nombre d'anneaux couplés au résonateur ainsi que le coefficient de couplage k_e , on est capable de déterminer la partie réelle et la partie imaginaire de la réponse électrique des anneaux à la fréquence f_0 en mesurant la variation de fréquence de résonance (équation 1.2) et celle du facteur de qualité (équation 1.4).

1.3 Couplage magnétique

Lorsque les anneaux sont placés sur la partie inductive du résonateur, il est possible de mesurer leur réponse magnétique moyenne $\chi(\omega) = \chi'(\omega) - i\chi''(\omega)$. En effet l'inductance du résonateur est alors modifiée selon :

$$\frac{\delta\mathcal{L}}{\mathcal{L}} = Nk_m\chi \quad (1.5)$$

avec N le nombre d'anneaux et k_m le coefficient de couplage magnétique entre un anneau et l'inductance. Par un raisonnement en tout point analogue à celui effectué pour le couplage électrique on montre :

$$\frac{\delta f}{f} = -\frac{1}{2}Nk_m\chi'(\omega_0) \quad (1.6)$$

$$\delta\left(\frac{1}{Q}\right) = Nk_m\chi''(\omega_0) \quad (1.7)$$

Au vue des équations précédentes il est en principe possible de mesurer la valeur absolue de α et χ . Toutefois à partir du moment où les anneaux sont placés sur le résonateur on mesure également les propriétés du substrat des anneaux (c'est particulièrement vrai dans le cas d'anneaux semi-conducteurs), ce qui rend très délicate toute mesure absolue. Néanmoins des mesures relatives sont possibles, permettant ainsi de détecter de manière précise les variations en fonction du flux magnétique de α et χ . L'évaluation de k_m et k_e dans les conditions de l'expérience est faite dans l'annexe A.

1.4 Mesure des propriétés du résonateur

D'après les relations précédentes la détection de la réponse électrique ou magnétique des anneaux revient à mesurer le plus précisément possible la fréquence de résonance et le facteur de qualité du résonateur. Pour cela nous nous servons du signal réfléchi par le résonateur, détecté et ramené à fréquence nulle grâce au dispositif détaillé dans la figure 1.3, pour asservir la fréquence d'un générateur RF sur la fréquence de résonance. Le schéma de principe du montage est donné sur la figure 1.4. Le résonateur est couplé au circuit extérieur de manière capacitive via des capacités réalisées en même temps que le résonateur et situées sur le même échantillon. Pour préserver le facteur de qualité nous nous plaçons en général dans une configuration où le résonateur est sous-couplé. Enfin nous veillons à travailler avec une puissance RF injectée suffisamment faible pour ne pas chauffer les électrons des anneaux.

1.4.1 Détection de la fréquence de résonance

La fréquence du générateur RF est modulée à la fréquence Ω et le signal réfléchi par le résonateur est détecté par une détection synchrone travaillant à la fréquence de modulation. Le signal lu en sortie de la détection synchrone est alors en première approximation la dérivée de la résonance, ce qui nous fournit un signal d'erreur, nul à résonance et changeant de signe au passage de la résonance. En utilisant ce signal dans une boucle de rétroaction qui vient agir sur la fréquence du générateur RF, on peut asservir celle ci sur f_0 . Ainsi en mesurant le signal de rétroaction on a accès au déplacement de la fréquence de résonance. Pour accroître la précision et s'affranchir d'éventuelles dérives on module le champ magnétique DC vu par les anneaux ce qui, via une détection synchrone, permet de mesurer la dérivée de la fréquence de résonance par rapport au champ magnétique. Ceci s'est avéré

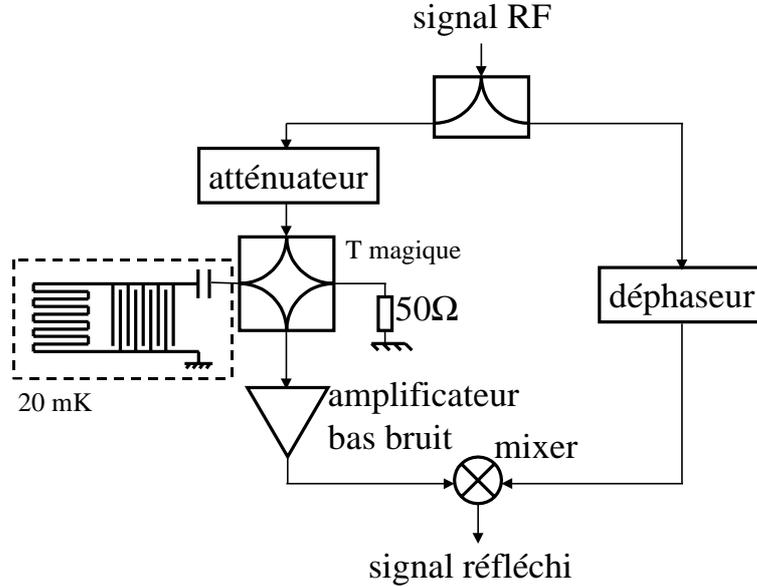


FIG. 1.3 – Schéma du circuit RF pour mesurer le signal réfléchi par le résonateur. Ce circuit permet de ramener le signal réfléchi à fréquence nulle.

particulièrement important dans nos études sur GaAs, la fréquence de résonance n'étant pas stable sur de grandes échelles de temps. Cette modulation est réalisée à l'aide d'une petite bobine supraconductrice située à proximité de l'échantillon.

1.4.2 Mesure du facteur de qualité

Nous considérons à présent que la fréquence de résonance est asservie grâce au dispositif décrit précédemment. Le signal qui est mesuré est le signal réfléchi par le résonateur, il est donc proportionnel au coefficient de réflexion $(Z(\omega) - Z_0)/(Z(\omega) + Z_0)$, avec $Z(\omega)$ l'impédance du résonateur et de la capacitance de couplage et $Z_0 = 50\Omega$ l'impédance du circuit extérieur. On suppose qu'au voisinage de la résonance l'impédance $Z(\omega)$ est bien décrite par :

$$Z(\omega_0 + \delta\omega) = \frac{RQ^2}{1 + 2iQ\frac{\delta\omega}{\omega_0}} \quad (1.8)$$

avec ω_0 la pulsation à résonance. Dans la limite $Z(\omega) \ll Z_0$, qui correspond à un résonateur très sous-couplé, le signal réfléchi est une fonction linéaire de $Z(\omega)$. Par conséquent si le signal RF est modulé en fréquence à la fréquence Ω autour de ω_0 , le signal réfléchi à 2Ω est relié à la dérivée seconde de la partie réelle de $Z(\omega)$, qui est proportionnelle à Q^2 . De cette façon en mesurant le signal à 2Ω on a accès au facteur de qualité. Dès que la modulation de fréquence n'est pas négligeable devant la largeur de la résonance ou bien si le couplage

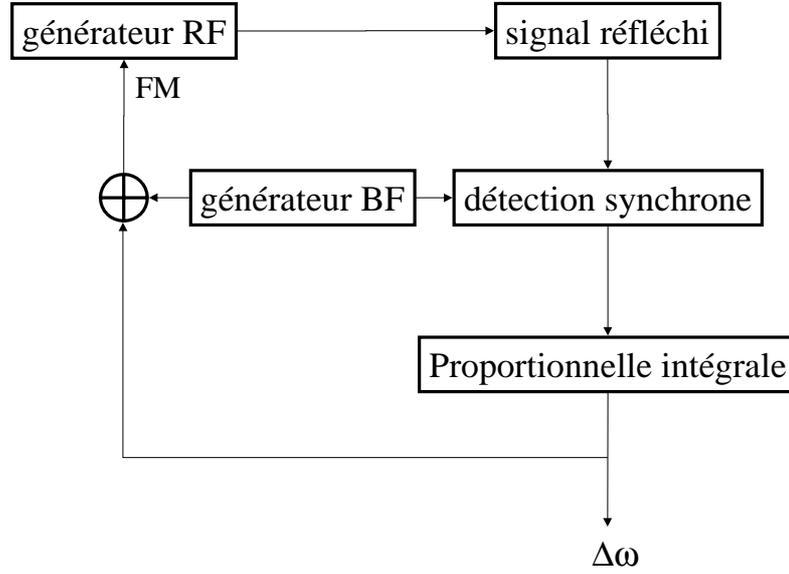


FIG. 1.4 – Dispositif expérimental utilisé pour asservir la fréquence du générateur RF sur la fréquence de résonance du résonateur.

entre le résonateur et le circuit extérieur n'est pas très faible la relation entre le signal à 2Ω et le facteur de qualité n'est plus aussi simple et doit être calibrée.

1.4.3 Estimation des champs vus par les anneaux

On peut, à ce stade, estimer l'ordre de grandeur du champ électrique et magnétique vu par les anneaux. Si l'impédance du résonateur est adaptée (50Ω) à la résonance, toute la puissance P_G fournie par le générateur est absorbée par le résonateur :

$$P_G = \frac{1}{2} R Q^2 I^2 = \frac{1}{2} L I^2 \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{2} C V^2 \frac{\omega_0}{Q}$$

Evaluons d'abord le flux magnétique vu par les anneaux. Pour une puissance fournie de 10 pW, un facteur de qualité de 100000, une inductance de $0.1 \mu\text{H}$, on trouve un courant de $100 \mu\text{A}$. Avec une inductance mutuelle entre un anneau et le résonateur de l'ordre de 0.1 pH , le flux magnétique induit dans un anneau est de l'ordre de $2 \cdot 10^{-3} \Phi_0 \ll \Phi_0$.

La capacité du résonateur étant estimée être de l'ordre de 10 pF (annexe A.2), la tension aux bornes de celle-ci est de l'ordre de 10 mV. Le champ électrique appliqué à un anneau est donc de $2.5 \text{ kV}\cdot\text{m}^{-1}$. A titre de comparaison, la force électromotrice induite par le flux calculé précédemment est de l'ordre de 2 nV. Toutefois le champ électrique appliqué est écrané et donc fortement réduit au sein des anneaux. De plus la valeur calculée ici est une valeur maximale qui ne tient pas compte du fait que les anneaux, du moins pour

les anneaux gravés dans GaAs/AlGaAs, ne sont pas dans le plan du résonateur, du sous-couplage du résonateur et de l'éventuel réduction du facteur de qualité par le couplage au circuit de mesure. Pour les mesures sur la réponse électrique des anneaux, nous avons vérifié que nous étions bien dans le cadre de la réponse linéaire en s'assurant que l'effet obtenu ne dépendait pas de la puissance injectée.

Chapitre 2

Anneaux semi-conducteurs

Nous présentons en premier lieu les résultats obtenus au cours de cette thèse sur la réponse d'anneaux gravés dans une hétérojonction GaAs/AlGaAs. Ce chapitre constitue un descriptif de la fabrication et des caractéristiques de tels anneaux.

2.1 Hétérojonction AlGaAs/GaAs

Les anneaux que nous avons mesurés ont été réalisés à partir d'une hétérojonction GaAs/AlGaAs par D. Mailly au LPN¹ (ex L2M) à Bagneux. Une telle hétérojonction est constituée d'un empilement de couches de semi-conducteur de bande interdite différente (figure 2.1). En dopant l'une des couches avec des atomes donneurs d'électrons (en l'occurrence du silicium Si) il est possible de créer à l'interface GaAs/AlGaAs un gaz d'électrons qui se trouve confiné dans un plan d'épaisseur inférieure à λ_F . On a donc un gaz bidimensionnel d'électrons (2DEG). Le désordre dans ce type de structure est essentiellement introduit par les atomes Si, qui se trouvent assez loin du 2DEG, si bien que le désordre vu par les électrons est très faible. Une signature de ce fait est la très grande mobilité² des électrons qui est de l'ordre de $10^6 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$. La densité électronique d'un tel 2DEG est de l'ordre de quelque 10^{11} cm^{-2} .

2.2 Fabrication des anneaux

A partir de cette hétérojonction les anneaux sont réalisés en utilisant les techniques de la lithographie électronique (illustrée sur la figure 2.2) et par gravure ionique réactive. Un masque métallique en aluminium est déposé sur l'hétérojonction, celle-ci est alors gravée. Seules les zones protégées par le masque ne sont pas affectées. Après retrait du masque on obtient un réseau de 10^5 anneaux dont une partie est montrée sur la figure 2.3. Il est

1. LPN : laboratoire de photonique et nanostructure. L2M : laboratoire de microstructures et microélectronique.

2. La mobilité μ_e est reliée à la conductivité σ par $\sigma = n_e e \mu_e$. $\mu_e = e \tau_e / m$ est le coefficient de proportionnalité entre la vitesse de dérive des électrons et le champ électrique qui leur est appliqué.

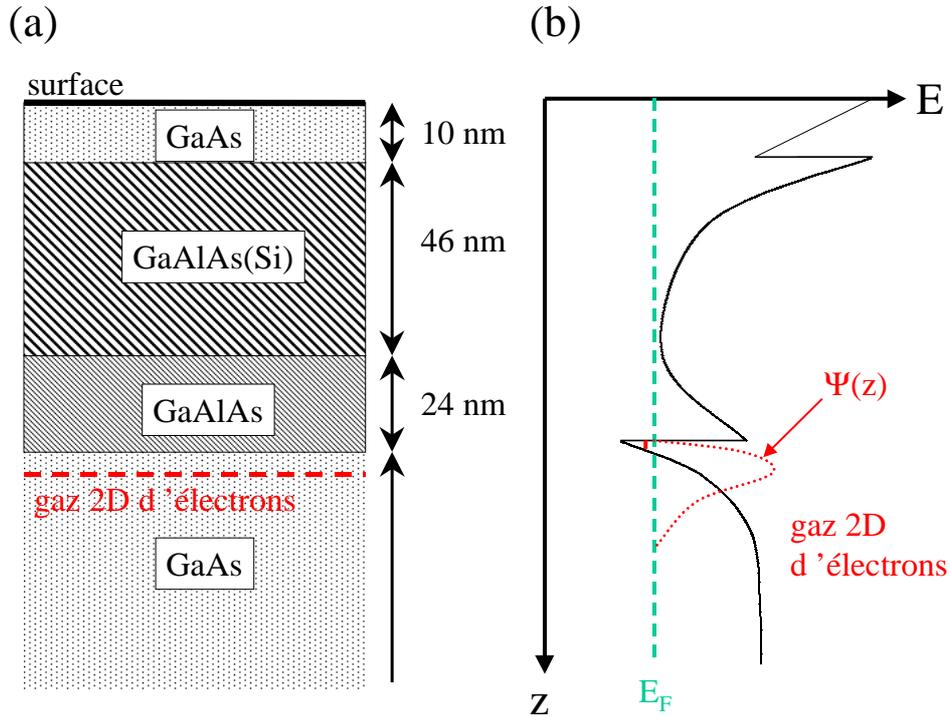


FIG. 2.1 – (a) Coupe d'une hétérojonction AlGaAs/GaAs. (b) Profil du potentiel ressenti par les électrons dans l'hétérojonction. Un gaz bidimensionnel d'électrons (2DEG) est formé à l'interface GaAs/AlGaAs. La fonction d'onde électronique $\Psi(z)$ possède une extension spatiale finie selon la direction z .

important d'effectuer une gravure profonde (jusqu'à la couche de GaAs) pour minimiser les pertes à haute fréquence, qui se sont révélées être importantes dans AlGaAs gravé. Les caractéristiques de ces anneaux sont résumées dans le tableau 2.2. Les anneaux ainsi obtenus sont semi-balistiques : ils sont balistiques transversalement ($l_e \ll W$) et diffusifs longitudinalement ($l_e < L$). Ils sont cohérents à basse température en ce sens que le périmètre est inférieur à la longueur de cohérence de phase mesurée sur des échantillons connectés.

2.3 Effet de l'éclairement

A cause de la gravure, la densité électronique est fortement diminuée par rapport à sa valeur nominale dans l'hétérojonction. Toutefois il est possible de l'augmenter en illuminant les anneaux avec une diode infrarouge située près de l'échantillon. Pour chaque illumination on fait passer un courant de $10 \mu\text{A}$ dans la diode pendant quelques minutes. Les mesures sont effectuées au moins une heure après éclairement pour assurer une bonne stabilité de l'échantillon. Une borne supérieure pour la puissance lumineuse reçue par l'échantillon est

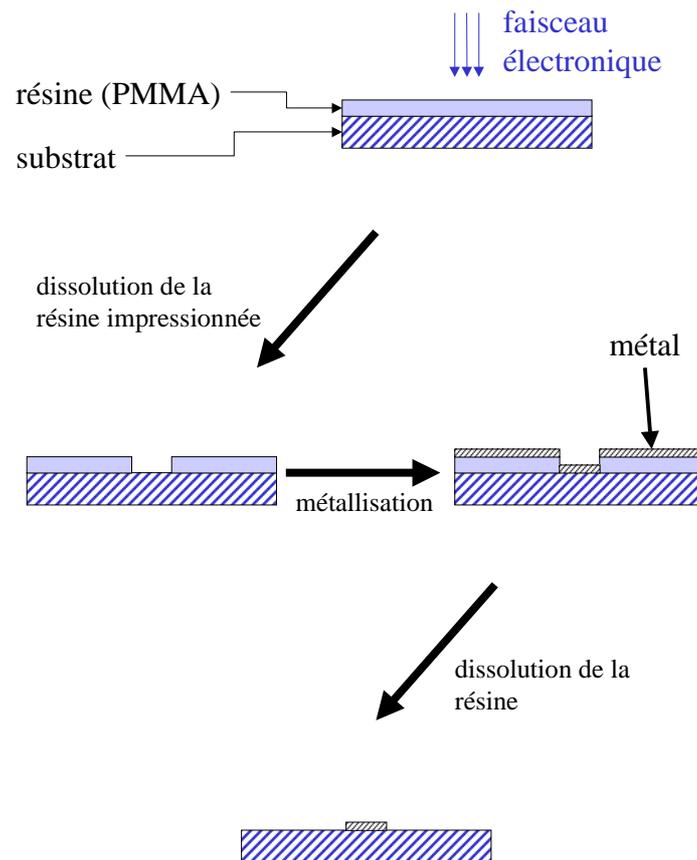


FIG. 2.2 – Schéma illustrant les différentes étapes de la lithographie électronique.

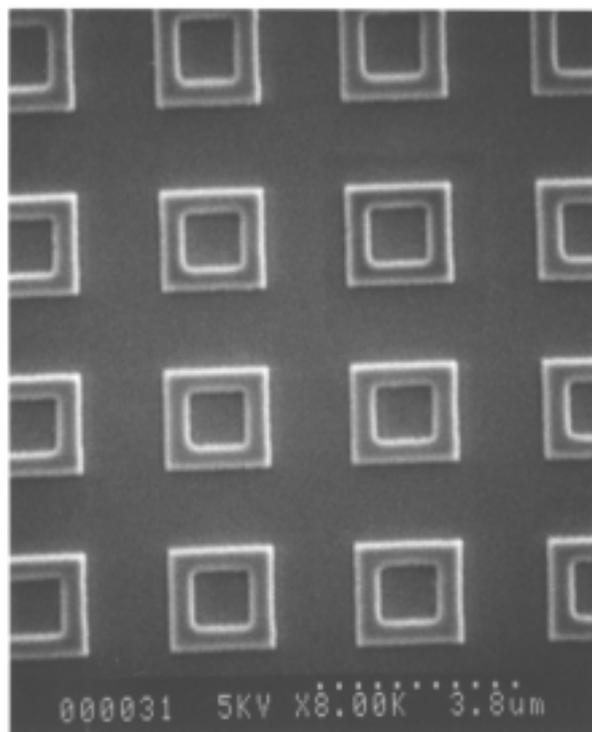


FIG. 2.3 – Image obtenue par microscopie électronique à balayage des anneaux gravés dans une hétérojonction GaAs/AlGaAs. Le masque en aluminium est encore présent.

de l'ordre de 600 photons/s pour une longueur d'onde de 766 nm. Notons que ces estimations sont déduites des caractéristiques de la diode à haute température et ont donc toutes chances de ne pas être très fiables à basse température.

Cette possibilité de modifier le nombre d'électrons dans chaque anneau va nous permettre d'étudier la dépendance de la réponse des anneaux en fonction de la densité électronique. Toutefois l'information ainsi recueillie est plutôt d'ordre qualitatif car il est très difficile d'étalonner notre procédure d'illumination. En effet si en principe la mesure de la densité électronique à différents éclairagements sur un échantillon connecté ne pose guère de difficulté (par exemple en utilisant une géométrie de type croix de Hall), il en va tout autrement avec des anneaux non connectés et qui, du fait du montage expérimental, sont plaqués contre le résonateur. Nous avons vérifié l'effet de l'éclairage sur des échantillons connectés en l'occurrence sur la magnétoconductance d'un anneau Aharonov-Bohm (figure 2.4). Sans éclairage la conductance d'un tel anneau est nulle. On peut suivre les oscillations de conductance alors que la conductance s'accroît d'un ordre de grandeur. Un effet manifeste de l'éclairage est de faire chuter la résistance de l'échantillon. La transformée de Fourier du signal est montrée sur la figure 2.5. Pour chaque éclairage les oscillations Aharonov-Bohm se manifestent par un pic sur la transformée de Fourier qui est compatible avec une période correspondant à un quantum de flux $\Phi_0 = h/e$ dans la surface de

densité nominale n_e		$3 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$
longueur d'écrantage λ_s	$(\pi/2) 4\pi\epsilon_0\epsilon_r\hbar^2/(me^2)^\dagger$	16 nm
périmètre L		$5.2 \mu\text{m}$
largeur gravée		$0.5 \mu\text{m}$
largeur effective W *		$0.2 \mu\text{m}$
longueur de cohérence de phase L_Φ *		$6.5 \mu\text{m}$
libre parcours moyen l_e *		$3 \mu\text{m}$
coefficient de diffusion D	$D = v_F l_e / 2$	$0.335 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
écart moyen entre niveau Δ	$\Delta = \hbar^2 / (2\pi m W L)$	80 mK ou 1.66 GHz
énergie de Thouless E_c	$E_c = \hbar D / L^2$	450 mK ou 9.34 GHz
conductance adimensionnée g	$g = E_c / \Delta$	5.6

TAB. 2.1 – *Caractéristiques des anneaux gravés dans une hétérojonction GaAs/AlGaAs après éclairage. Les quantités marquées * sont déduites de mesures de localisation faible sur des échantillons connectés [90]. La formule \dagger est tirée de la référence [91].*

l'anneau. Toutefois on voit que la forme et l'amplitude de ce pic dépendent fortement de l'éclairage. Plus précisément l'amplitude augmente du fait de l'augmentation de l'amplitude des oscillations. L'élargissement du pic semble indiquer quant à lui que la largeur de l'anneau varie avec l'éclairage : on a une augmentation d'un facteur deux de la largeur du pic qui signifie un doublement de la largeur de l'anneau.

Remarquons de plus que l'éclairage, en conduisant à une augmentation de la densité électronique, amène une variation du libre parcours moyen élastique l_e . Une telle dépendance a, par exemple, été mise en évidence par Shayegan *et al.* [92,93] dans des hétérojonctions GaAs/AlGaAs de haute mobilité. La dépendance de la mobilité électronique μ_e avec la densité électronique est, dans ce type d'échantillons, de la forme $\mu_e \propto n_e^\alpha$ avec $\alpha \approx 0.6$, dépendance attribuée aux impuretés résiduelles situées à proximité du gaz électronique [94].

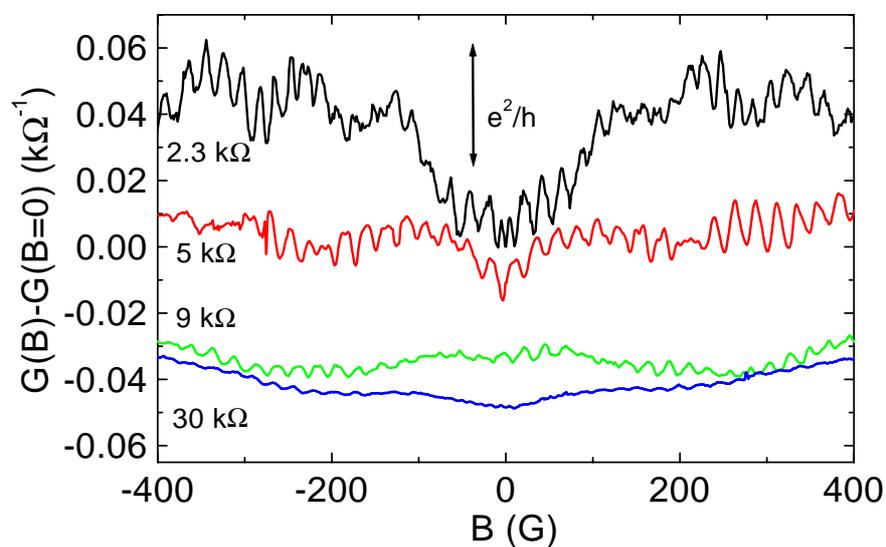


FIG. 2.4 – Magnétoconductance d'un anneau Aharonov-Bohm après différentes illuminations. Sans illumination la conductance est nulle. Elle s'accroît avec l'éclairement. Les courbes sont décalées pour plus de clarté.

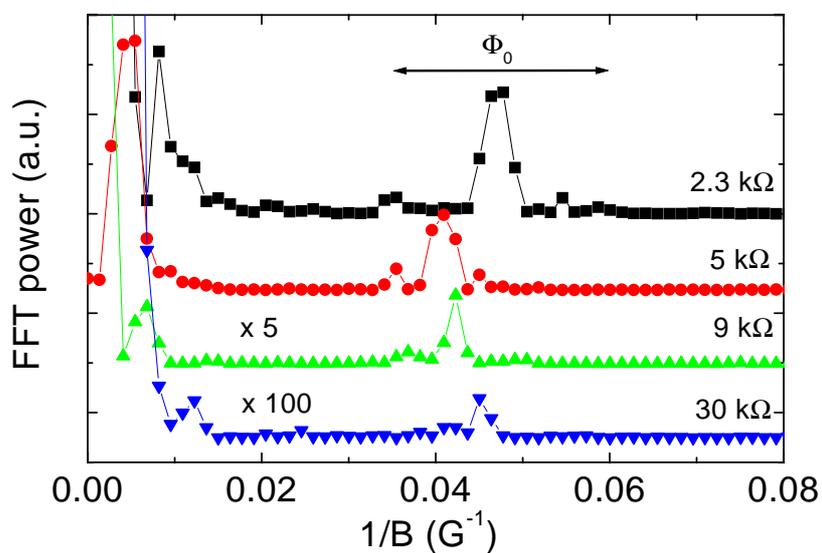


FIG. 2.5 – Transformée de Fourier de la magnétoconductance d'un anneau Aharonov-Bohm à différents éclaircissements. Les courbes sont décalées pour plus de clarté.

Chapitre 3

Magnétopolarisabilité

Nous présentons dans ce chapitre les résultats des mesures de dépendance en flux de la polarisabilité des anneaux semi-conducteurs. Cette dépendance est reliée, rappelons le, à la correction due à la cohérence quantique sur l'écrantage électrique.

3.1 Résultats expérimentaux

Pour ces mesures les anneaux sont placés sur la partie capacitive du résonateur. Les anneaux et le résonateur n'étant pas sur un même substrat, il n'y a pas d'alignement parfait entre les anneaux et le résonateur si bien que tous les anneaux ne sont pas couplés de la même façon à la capacité. Ce n'est pas un problème tant qu'on se limite à la réponse linéaire. Dans cette configuration la fréquence de résonance est réduite d'environ 15 % du fait de la constante diélectrique du substrat semi-conducteur GaAs. Elle se situe autour de 350 MHz. De plus le facteur de qualité chute à une valeur de 3000. Cette réduction est due aux pertes diélectriques dans le substrat.

La dérivée par rapport au champ magnétique de la fréquence de résonance du résonateur avec les anneaux est montrée sur la figure 3.1 (a). Cette courbe est obtenue en moyennant une dizaine de balayages en champ. Le signal comporte une composante linéaire sur laquelle se détachent de faibles oscillations. Le comportement linéaire est relié à l'augmentation en champ magnétique de la longueur de pénétration dans le niobium qui constitue le résonateur. Nous avons vérifié qu'il était le même en présence ou en l'absence des anneaux. Le comportement oscillant est, quant à lui, attribué à la composante dépendante du flux magnétique de la réponse électrique des anneaux. Pour extraire cette composante la ligne de base est soustraite au signal (figure 3.1 (b)). Le signal obtenu présente des oscillations importantes. Il est à remarquer que celle-ci sont fortement anharmoniques et que s'y superpose un signal apériodique. Cette analyse est confirmée par la transformée de Fourier du signal (figure 3.1 (c)) : il existe un pic correspondant au comportement oscillant. Pour s'attacher à l'étude de cette composante, qui est la signature attendue de la cohérence de phase, on applique un filtre numérique passe-haut avec une fréquence de coupure de 0.05 G^{-1} (indiquée sur la transformée de Fourier par une flèche verticale) et le signal ainsi

obtenu est intégré numériquement pour aboutir à la variation de la fréquence de résonance due aux anneaux en fonction du champ magnétique (figure 3.1(d)). Cette variation est directement reliée à la variation avec le champ magnétique de la polarisabilité (relation 1.2, page 58).

La variation en fréquence est périodique avec une période égale approximativement à 12.5 G. On déduit de la transformée de Fourier du signal que cette période est compatible avec un demi quantum de flux dans la surface de l'anneau. Il n'y pas de trace de la composante en Φ_0 , comme attendu pour un effet Aharonov-Bohm moyenné sur un grand nombre d'anneaux. Notons que la position du pic est compatible avec la géométrie des anneaux et que sa largeur est deux fois plus importante que pour un anneau connecté (figure 2.5), suggérant une moyenne due à la dispersion des valeurs des circonférences d'un anneau à l'autre. Le signe de la variation en fréquence est négatif à faible champ magnétique ce qui implique d'après l'équation 1.2 que la magnétopolarisabilité est positive c'est à dire que $\alpha'(B) - \alpha'(0) > 0$ à bas champ. L'écrantage est donc meilleur lorsque la symétrie par renversement du sens du temps est brisée par le champ magnétique. L'ordre de grandeur de l'effet est donné par l'amplitude de la première oscillation. On déduit de la figure 3.1 (d) $\delta_\Phi f/f = (f(6.3\text{G}) - f(0))/f = -2.5 \cdot 10^{-7}$. Cette valeur correspond à la détection d'une variation de 100 Hz sur une fréquence de 350 MHz. Avec le coefficient de couplage estimé dans l'appendice A.2 on trouve une valeur de la magnétopolarisabilité $\delta_\Phi \alpha'/\alpha_{1D} = 5 \cdot 10^{-4} \pm 2.3 \cdot 10^{-4}$, où $\alpha_{1D} = \epsilon_0 \pi^2 R^3 / \ln(R/W)$ désigne la valeur calculée de la polarisabilité d'un anneau quasi unidimensionnel circulaire de rayon R .

3.2 Magnétopolarisabilité d'anneaux mésoscopiques

D'un point de vue théorique, la correction due à la cohérence de phase à la polarisabilité a été étudiée récemment par Efetov [5], Noat *et al.* [6] et Blanter et Mirlin [7]. Nous présentons une approche inspirée de ces références. Reprenant le résultat exposé dans la section 2.8, page 40 la correction due à la cohérence quantique sur la polarisabilité s'écrit :

$$\delta_\Phi \alpha = -\frac{2e^2}{E^2} \delta_\Phi \left(\sum_{\alpha \neq \beta} \frac{f_\alpha - f_\beta}{\epsilon_{\alpha\beta}} \frac{\epsilon_{\alpha\beta} - i\gamma}{\epsilon_{\alpha\beta} + \omega - i\gamma} |F_{\alpha\beta}|^2 + \sum_{\alpha} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \epsilon_\alpha} \frac{i\gamma}{i\gamma - \omega} |F_{\alpha\alpha}|^2 \right) \quad (3.1)$$

f_α désigne le facteur de Fermi à l'énergie ϵ_α . On note $\epsilon_{\alpha\beta} = \epsilon_\alpha - \epsilon_\beta$. Pour une quantité physique \mathcal{A} nous notons $\delta_\Phi \mathcal{A} = \mathcal{A}(\Phi = \Phi_0/4) - \mathcal{A}(\Phi = 0)$. Dans une géométrie annulaire $\delta_\Phi \mathcal{A}$ correspond à la différence de la quantité \mathcal{A} entre le cas GUE et GOE. Les états propres et les niveaux d'énergie du système non perturbé par le champ électrique seront désignés dans la suite respectivement par ψ_α et ϵ_α . Rappelons que les $F_{\alpha\beta}$ sont les éléments de matrice du potentiel écranté.

A partir de cette formule nous voudrions décrire la situation expérimentale, à savoir une assemblée d'anneaux isolés de caractéristiques géométriques à peu près identiques mais qui présentent une réalisation de désordre et un nombre d'électrons propre à chaque anneau. Nous nous intéressons donc à une quantité moyennée sur le désordre et sur le nombre

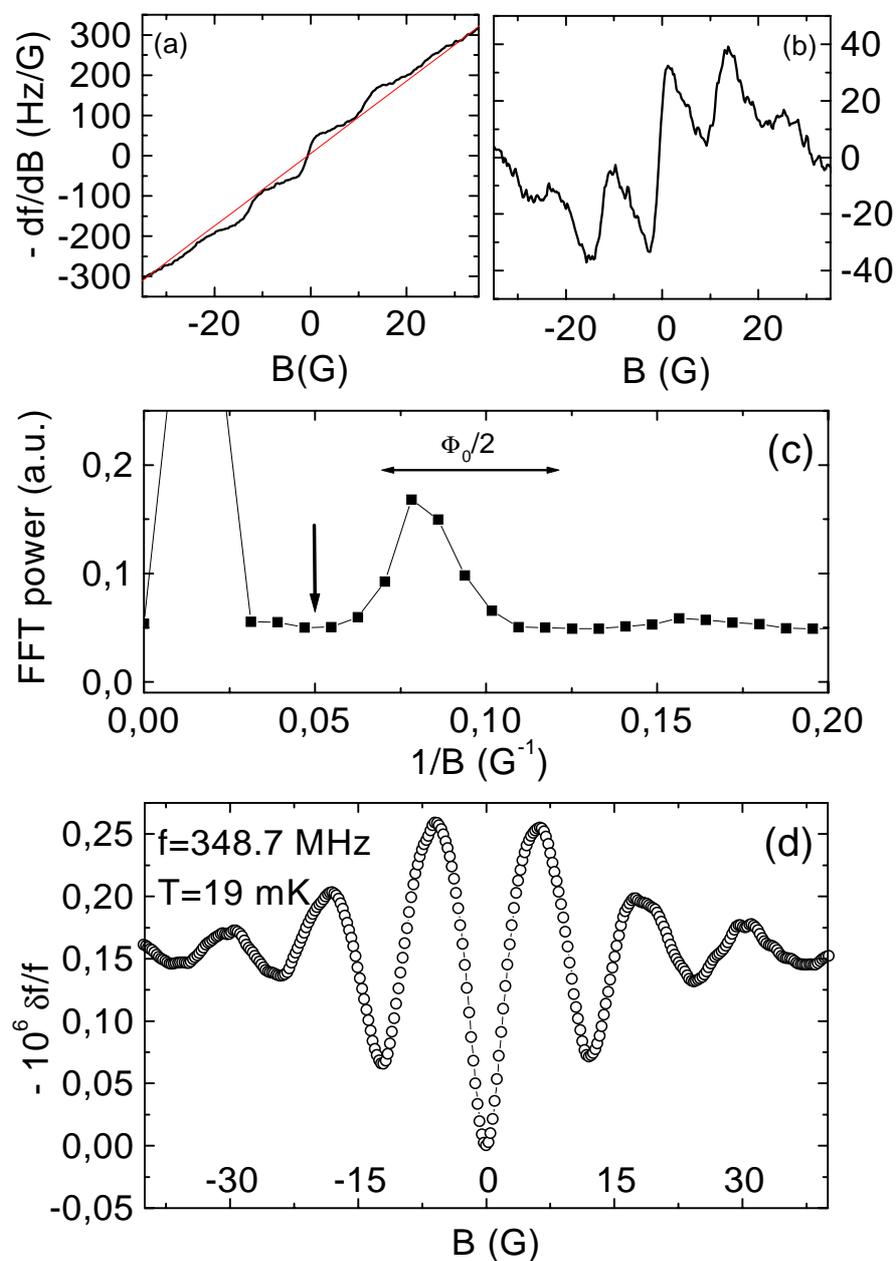


FIG. 3.1 – (a) Dérivée de la fréquence de résonance du résonateur avec les anneaux en fonction du champ magnétique après un temps d'éclairement de 870 s. (b) Signal obtenu après soustraction de la ligne de base. (c) Transformée de Fourier du signal précédent. La flèche verticale indique la fréquence de coupure du filtre numérique passe-haut qui va être utilisé pour obtenir (d). (d) Variation de la fréquence de résonance due aux anneaux obtenue après intégration du signal précédent filtré.

d'électrons. Les anneaux peuvent être *a priori* décrits dans le cadre de deux ensembles statistiques distincts, l'ensemble canonique ou l'ensemble grand canonique. Puisque les anneaux que l'on considère sont supposés être isolés c'est la description canonique qui doit être appliquée. Toutefois le traitement en GCE étant plus simple nous allons commencer par une description des résultats dans cet ensemble statistique.

3.2.1 Ensemble Grand Canonique

En GCE une moyenne sur le potentiel chimique des anneaux est réalisée. A température nulle, si l'on moyenne sur un intervalle $I_\mu = [\mu - \Delta\mu/2, \mu + \Delta\mu/2]$ on montre que $\langle (f_\alpha - f_\beta)/(\epsilon_{\alpha\beta}) \rangle = -1/\Delta\mu$ et que $\langle \partial f_\alpha / \partial \epsilon_\alpha \rangle = -1/\Delta\mu$ si $(\epsilon_\alpha, \epsilon_\beta) \in I_\mu^2$. Dans le cas contraire, en négligeant les cas intermédiaires du type $\epsilon_\alpha \in I_\mu$ et $\epsilon_\beta \notin I_\mu$, les quantités moyennées sont nulles. On va se placer dans un régime basse fréquence ($\omega \ll \Delta$) et de spectre discret ($\gamma \ll \Delta$). Dans ces conditions, la partie réelle de la magnétopolarisabilité s'écrit :

$$\delta_\Phi \alpha' = \frac{2e^2}{E^2 \Delta \mu} \delta_\Phi \left(\sum_{\alpha \neq \beta} |F_{\alpha\beta}|^2 + \sum_\alpha \frac{i\gamma}{i\gamma - \omega} |F_{\alpha\alpha}|^2 \right) \quad (3.2)$$

Dans cette expression on doit avoir $(\epsilon_\alpha, \epsilon_\beta) \in I_\mu^2$. On peut distinguer deux régimes limites en fréquence :

- un régime statique ($\omega \ll \gamma$), où la magnétopolarisabilité s'écrit :

$$\delta_\Phi \alpha' = \frac{2e^2}{E^2 \Delta \mu} \delta_\Phi \left(\sum_{\alpha\beta} |F_{\alpha\beta}|^2 \right) \quad (3.3)$$

En utilisant la relation de fermeture $\sum_\beta |\beta\rangle \langle \beta| = \text{Id}$ et le fait que $\langle |\psi_\alpha(\mathbf{r})|^2 \rangle = 1/V$ pour un système diffusif on montre que la magnétopolarisabilité est proportionnelle à $\delta_\Phi(\int d\mathbf{r} (F(\mathbf{r}))^2)$ et est donc nulle.¹

- un régime dynamique ($\omega \gg \gamma$) où la correction à la polarisabilité peut s'écrire :

$$\delta_\Phi \alpha' = \frac{2e^2}{E^2 \Delta \mu} \delta_\Phi \left(\sum_{\alpha \neq \beta} |F_{\alpha\beta}|^2 \right) \quad (3.4)$$

ce qui compte tenu de la relation de fermeture $\sum_\beta |\beta\rangle \langle \beta| = \text{Id}$ conduit à²:

$$\delta_\Phi \alpha' = -\frac{2e^2}{E^2 \Delta} \delta_\Phi (\langle |F_{\alpha\alpha}|^2 \rangle_\mu) \quad (3.5)$$

1. le lecteur pourrait s'étonner du fait que les sommes que nous manipulons ici étant restreintes aux états (α, β) tels que $(\epsilon_\alpha, \epsilon_\beta) \in I_\mu^2$, notre raisonnement n'est en toute rigueur pas valable. Toutefois la dépendance en flux des éléments de matrice devenant négligeable dès que $\epsilon_{\alpha\beta} > E_c$ les sommes que nous considérons peuvent être étendues à tout le spectre dans la mesure où $\Delta\mu > E_c$.

2. On a utilisé le fait que la densité d'états était $1/\Delta$ ce qui permet de faire la transformation $\sum_{\epsilon_\alpha \in I_\mu} = \Delta\mu/\Delta \ll \Delta$

avec $\langle |F_{\alpha\alpha}|^2 \rangle_\mu$ la moyenne du module au carré de l'élément de matrice diagonal de F à l'énergie μ .

Dans le régime dynamique la magnétopolarisabilité fait donc intervenir uniquement la dépendance en flux des éléments de matrice du potentiel écranté. L'élément de matrice diagonal peut se réécrire :

$$\langle |F_{\alpha\alpha}|^2 \rangle_\mu = \int d\mathbf{r}_1 \int d\mathbf{r}_2 F(\mathbf{r}_1)F(\mathbf{r}_2) \langle |\psi_\alpha(\mathbf{r}_1)\psi_\alpha(\mathbf{r}_2)|^2 \rangle_\mu \quad (3.6)$$

Au vu de cette expression, la magnétopolarisabilité est une quantité reliée à la différence de fonctions de corrélation entre fonction d'onde du système en présence ou en l'absence de la symétrie par renversement du temps. Ces fonctions de corrélation ont été calculées pour des systèmes diffusifs dans le cadre d'une approche utilisant un modèle supersymétrique par Blanter et Mirlin [37, 95]:

$$V^2 \langle |\psi_\alpha(\mathbf{r}_1)\psi_\alpha(\mathbf{r}_2)|^2 \rangle_\mu = [1 + 2k_d(r)] [1 + 2\Pi_D(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)] \quad (GOE) \quad (3.7)$$

$$V^2 \langle |\psi_\alpha(\mathbf{r}_1)\psi_\alpha(\mathbf{r}_2)|^2 \rangle_\mu = [1 + k_d(r)] [1 + \Pi_D(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)] \quad (GUE) \quad (3.8)$$

avec V le volume de l'échantillon, $r = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$, $k_d(r)$ une fonction qui décroît sur une échelle de longueur de l'ordre du libre parcours moyen l_e et $\Pi_D(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ le diffuson, relié à la probabilité qu'un électron introduit en \mathbf{r}_1 se trouve en \mathbf{r}_2 (voir l'appendice C). En ne conservant que le terme lié au diffuson³ l'équation 3.6 conduit à :

$$\delta_\Phi \alpha' = \frac{2e^2}{E^2 \Delta V^2} \int d\mathbf{r}_1 \int d\mathbf{r}_2 F(\mathbf{r}_1)F(\mathbf{r}_2) \Pi_D(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \quad (3.9)$$

En évaluant le diffuson pour la géométrie considérée on en déduit la valeur de la magnétopolarisabilité. Ce calcul est effectué pour le cas d'un anneau circulaire quasi-unidimensionnel dans l'annexe B. Le résultat est de la forme :

$$\frac{\delta_\Phi \alpha'}{\alpha_{1D}} = \epsilon_r f\left(\frac{L}{W}\right) \frac{\lambda_s}{W} \frac{\Delta}{E_c} \quad (3.10)$$

avec $f(x)$ une fonction dépendante de la géométrie de l'échantillon. On voit sur cette formule que la géométrie d'un anneau fin est particulièrement favorable à l'observation de ce phénomène car dans ce cas la taille L du système a été remplacée par la largeur W de l'anneau dans le rapport λ_s/W . On a de plus intérêt à prendre un système où la longueur d'écrantage est particulièrement grande pour maximiser le signal. De ce point de vue des anneaux semi-conducteurs sont de bons candidats. Prenant les caractéristiques des anneaux donnés dans le tableau 2.2 on trouve $\delta_\Phi \alpha'_{GCE}/\alpha_{1D} = 1.2 \cdot 10^{-3}$.

Dans cette partie nous avons considéré des anneaux en GCE, cas qui ne correspond pas à la situation expérimentale, où les anneaux sont isolés et doivent donc être traités dans le cadre de l'ensemble canonique.

3. Pour les cas qui nous intéressent le terme lié à la partie courte portée de la fonction de corrélation est négligeable [7].

3.2.2 Ensemble Canonique

Dans le cas canonique la magnétopolarisabilité est reliée à la fois à la variation en flux des éléments de matrice du potentiel écranté et à celle des dénominateurs d'énergie. Or ces deux composantes ont une variation en flux qui est opposée et qui conduit à une annulation de la magnétopolarisabilité. Cette annulation est prévue à température nulle et à basse fréquence. Dans le cas où l'une de ces conditions n'est pas remplie cette annulation n'a plus lieu. Ainsi pour des températures de l'ordre de E_c on retrouve la valeur grand canonique comme cela a été montré numériquement dans le cadre de l'étude de la conductance AC par Reulet *et al.* [65]. Dans notre expérience nous travaillons à fréquence finie. Pour tenir compte de la fréquence nous présentons dans la suite un calcul inspiré de celui réalisé par Blanter et Mirlin [7,60] et qui tient compte de l'élargissement des niveaux d'énergie γ .

En CE la moyenne que l'on effectue ne se fait plus sur le potentiel chimique mais sur le nombre d'électrons. On va donc considérer que le nombre d'électrons varie d'un anneau à l'autre dans l'ensemble de valeurs $I_{N_0} = \{N_0 - \Delta N/2, \dots, N_0, \dots, N_0 + \Delta N/2\}$. Pour fixer le nombre d'électrons dans un anneau donné à une valeur N on va prendre arbitrairement la valeur du potentiel chimique dans cet anneau à la valeur $(\epsilon_N + \epsilon_{N+1})/2$. Ce faisant on trouve $\langle f_\alpha - f_\beta \rangle = -(\alpha - \beta)/\Delta N$ si $(\alpha, \beta) \in I_N^2$ et $\langle \partial f_\alpha / \partial \epsilon_\alpha \rangle = 0$, car le potentiel chimique n'est jamais égal à un niveau d'énergie. Le terme diagonal disparaît donc dans la formule 3.1 si bien que la partie réelle de la magnétopolarisabilité se réduit à :

$$\delta_\Phi \alpha' = -\frac{2e^2}{E^2} \delta_\Phi \left(\sum_{\alpha \neq \beta} \frac{f_\alpha - f_\beta}{\epsilon_{\alpha\beta}} \frac{\epsilon_{\alpha\beta}(\epsilon_{\alpha\beta} + \omega) + \gamma^2}{(\epsilon_{\alpha\beta} + \omega)^2 + \gamma^2} |F_{\alpha\beta}|^2 \right) \quad (3.11)$$

On voit déjà sur cette formule que l'on va devoir prendre en compte les dépendances en flux des niveaux d'énergie et des éléments de matrice du potentiel écranté. Pour faire apparaître ces deux termes on réécrit la précédente équation sous la forme :

$$\delta_\Phi \alpha' = -\frac{2e^2}{E^2} \left(\sum_{\alpha \neq \beta} \delta_\Phi \left[\frac{f_\alpha - f_\beta}{\epsilon_{\alpha\beta}} \frac{\epsilon_{\alpha\beta}(\epsilon_{\alpha\beta} + \omega) + \gamma^2}{(\epsilon_{\alpha\beta} + \omega)^2 + \gamma^2} \right] |F_{\alpha\beta}|^2 + \sum_{\alpha \neq \beta} \frac{f_\alpha - f_\beta}{\epsilon_{\alpha\beta}} \frac{\epsilon_{\alpha\beta}(\epsilon_{\alpha\beta} + \omega) + \gamma^2}{(\epsilon_{\alpha\beta} + \omega)^2 + \gamma^2} \delta_\Phi [|F_{\alpha\beta}|^2] \right) \quad (3.12)$$

Le second terme dans cette équation, compte tenu de la moyenne sur le nombre d'électrons, est donné par :

$$-\frac{2e^2}{E^2 \Delta} \delta_\Phi \left(\sum_{\alpha \neq \beta} |F_{\alpha\beta}|^2 \right) \quad (3.13)$$

et est donc égal à $\delta_\Phi \alpha'_{GCE}$. Le premier terme dans l'équation 3.12 est égal à :

$$-\frac{2e^2}{E^2 \Delta N} \langle |F_{\alpha\beta}|^2 \rangle_{\epsilon_F, \omega=0} \delta_\Phi \left(\sum_{N=N_0-\Delta N/2}^{N_0+\Delta N/2} \sum_{\alpha=1}^N \sum_{\beta=N+1}^{\infty} \frac{1}{\epsilon_{\alpha\beta}} \left(\frac{\epsilon_{\alpha\beta}(\epsilon_{\alpha\beta} + \omega) + \gamma^2}{(\epsilon_{\alpha\beta} + \omega)^2 + \gamma^2} + \frac{\epsilon_{\alpha\beta}(\epsilon_{\alpha\beta} - \omega) + \gamma^2}{(\epsilon_{\alpha\beta} - \omega)^2 + \gamma^2} \right) |F_{\alpha\beta}|^2 \right) \quad (3.14)$$

avec $\langle |F_{\alpha\beta}|^2 \rangle_{\epsilon_F, \omega=0}$ la valeur moyenne de l'élément de matrice, pris dans la limite de fréquence nulle. L'évaluation du terme lié aux niveaux d'énergie conduit à deux contributions. La première, qui correspond au cas $\alpha = N$, fait intervenir la fonction de corrélation à deux niveaux $R_2(\epsilon)$ tandis que la seconde liée aux cas $\alpha < N$ met en jeu $R_3(\epsilon, \epsilon_1)$ la fonction de corrélation à trois niveaux (reliée à la probabilité de trouver dans un système diffusif trois niveaux $\epsilon_a < \epsilon_b < \epsilon_c$ tels que $\epsilon_c - \epsilon_a = \epsilon$ et $\epsilon_b - \epsilon_a = \epsilon_1$). Compte tenu des différents termes on peut réécrire :

$$\delta_\Phi \alpha'(\omega) = \delta_\Phi \alpha'_{GCE} G(\omega) \quad (3.15)$$

avec

$$G(\omega) = 1 + \int_0^\infty d\epsilon \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\epsilon(\epsilon + \omega) + \gamma^2}{(\epsilon + \omega)^2 + \gamma^2} + \frac{\epsilon(\epsilon - \omega) + \gamma^2}{(\epsilon - \omega)^2 + \gamma^2} \right) \left[\delta_\Phi R_2(\epsilon) + \int_0^\epsilon d\epsilon_1 \delta_\Phi R_3(\epsilon, \epsilon_1) \right] \quad (3.16)$$

Les fonctions de corrélation entre niveaux d'énergie étant connues pour les systèmes diffusifs grâce à la théorie des matrices aléatoires [33, 95] (voir annexe C), on peut évaluer numériquement la magnétopolarisabilité en CE (figure 3.2). On voit sur le graphe de $G(\omega)$ que la magnétopolarisabilité est quasi-nulle à fréquence nulle⁴ mais que l'on retrouve la valeur grand canonique pour une fréquence de l'ordre de l'écart moyen entre niveaux Δ . On voit également que le signe de la magnétopolarisabilité canonique est le même qu'en GCE, à savoir positif.

L'expérience ayant été réalisée à une fréquence telle que $\omega/\Delta \approx 0.2$, la magnétopolarisabilité CE est égale à environ 50 % de la valeur grand canonique (dans la limite de faible valeur de γ/Δ). Par conséquent on trouve $\delta_\Phi \alpha'(\omega)/\alpha_{1D} = 6 \cdot 10^{-4}$ ce qui est du même ordre de grandeur que la valeur expérimentale. Le réseau de courbe de la figure 3.2 permet en principe à partir de la valeur de $\delta_\Phi \alpha'(\omega)/\alpha_{1D}$ de déterminer la valeur de γ/Δ . Toutefois la précision sur la mesure n'est pas suffisante pour donner une valeur fiable de ce paramètre.

Un des résultats importants de cette analyse est le fait que la magnétopolarisabilité est nulle en CE à fréquence nulle. Ce résultat peut être justifié de manière semi-classique (voir section 2.7, page 38). Ce résultat se trouve également appuyé par des simulations numériques que nous avons réalisées dans un modèle de liaisons fortes avec désordre sur site, le modèle d'Anderson (voir annexe D), dans une géométrie de carré (figure 3.3).

4. Dans le cadre de notre calcul nous trouvons une valeur canonique qui est plus de 25 fois plus faible que $\delta_\Phi \alpha'_{GCE}$.

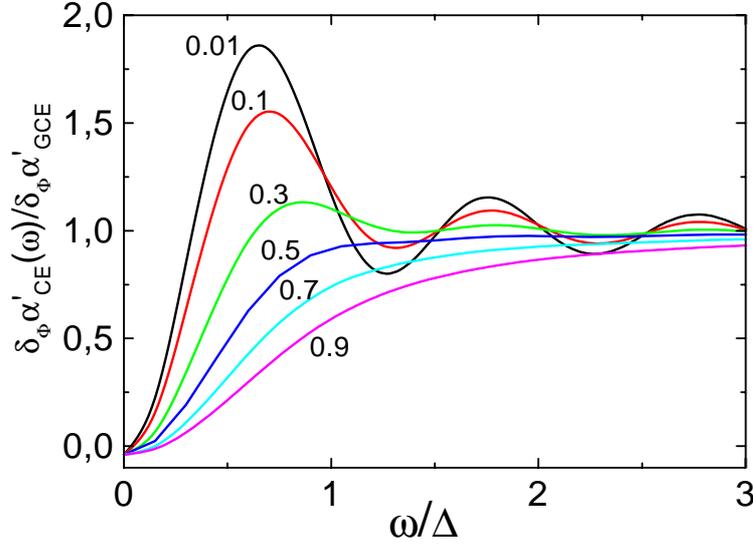


FIG. 3.2 – Calcul numérique de la magnétopolarisabilité en fonction de la fréquence dans l'ensemble canonique à différentes valeurs du rapport γ/Δ .

3.3 Effet de la température

La dépendance en température de l'effet a été également étudiée. La magnétopolarisabilité décroît avec la température (insert de la figure 3.4). Sur le plan théorique l'effet de la température sur la magnétopolarisabilité n'a pas encore été considéré. Nous baserons notre analyse sur l'hypothèse que cette dépendance est de la même forme que celle de la localisation faible. Dans ce cas l'amplitude du signal est déterminée par la valeur de la longueur de cohérence de phase L_{Φ} et, en particulier, l'amplitude de la composante en $\Phi_0/2$ est proportionnelle à $\exp(-2L/L_{\Phi}(T))$ (voir par exemple la référence [24]). Le comportement en température de cette composante est montrée sur la figure 3.4. Nous avons essayé deux dépendances de L_{Φ} avec la température avec, en premier lieu, le comportement mesuré sur des fils connectés [90], noté L_{Φ}^{exp} , qui avait conduit à une dépendance du type $L_{\Phi}(T) \propto T^{-1/3}$, attendue dans le cas unidimensionnel [96]. L'accord avec les données est très mauvais. Si l'on prend par contre la dépendance en température du temps de cohérence de phase prédite par Sivan *et al.* [97] pour des boîtes quantiques (géométrie 0D), à savoir $\tau_{\Phi}(T) \propto T^{-2}$, qui conduit à $L_{\Phi}(T) \propto T^{-1}$ dans le régime diffusif, l'accord est bien meilleur. L'échelle caractéristique de température est de l'ordre de 90 mK. Nous déduisons de cette valeur $1/\tau_{\Phi} = D/L_{\Phi}^2 \approx 0.8$ mK à 20 mK, ce qui est plus faible que l'écart moyen entre niveau Δ . Ce résultat indique que les anneaux que nous mesurons se placent dans une limite de spectre discret. Remarquons que la valeur du temps de cohérence de phase déduite de cette interprétation est assez importante puisque $\tau_{\Phi} = 60$ ns, ce qui est presque

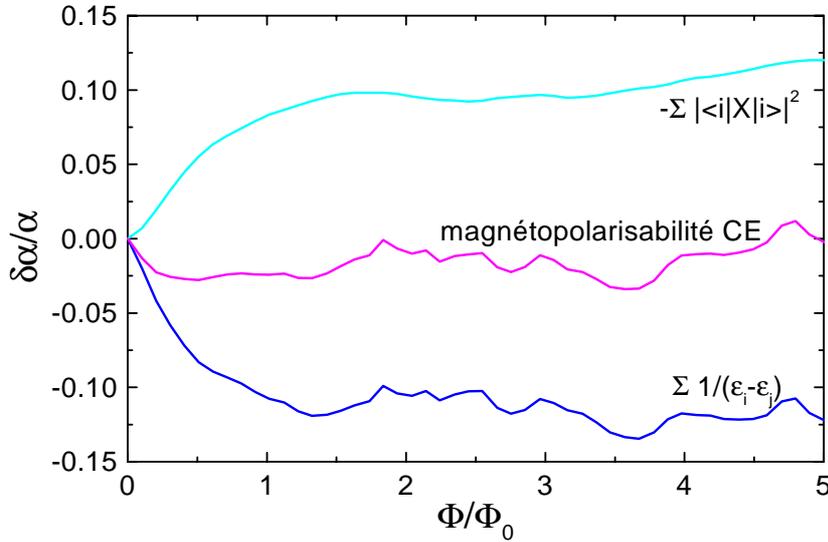


FIG. 3.3 – Calcul numérique, dans le modèle d'Anderson pour un carré de 30×30 sites avec un désordre de 3, des différents termes intervenant dans la magnétopolarisabilité en fonction du flux magnétique Φ dans la surface du carré : celui lié aux éléments de matrice du potentiel (non-écranté dans ce calcul) et celui provenant des dénominateurs d'énergie. On voit que ces deux termes se compensent presque exactement à fréquence nulle conduisant à une magnétopolarisabilité CE moyenne proche de zéro. Les différentes quantités sont moyennées sur le remplissage entre $1/4$ et $3/4$.

dix fois plus important que dans le cas connecté. Nous relierons cette différence entre le cas connecté et le cas non-connecté au fait que, tandis que les échantillons connectés sont unidimensionnels avec un spectre continu du fait du fort couplage avec les réservoirs, le spectre des anneaux non-connectés est discret.

3.4 Effet de l'éclairement

A l'aide de la procédure décrite dans la section 2.3, page 64 il est possible d'étudier l'influence de la dépendance de la magnétopolarisabilité en fonction de la densité électronique. Sur la figure 3.5 la transformée de Fourier de la dérivée du déplacement de fréquence de résonance une fois la ligne de base soustraite est montrée pour différents éclaircissements. Comme attendu on distingue nettement la composante à $\Phi_0/2$. On remarquera la composante basse fréquence qui correspond au signal apériodique déjà signalé à propos de la figure 3.1 (b). L'amplitude du pic à $\Phi_0/2$ présente d'abord une augmentation puis une diminution en fonction de l'éclairement. De plus la largeur du pic augmente ce qui est un signe de l'élargissement des anneaux avec l'éclairement. Le pic devient également asymé-

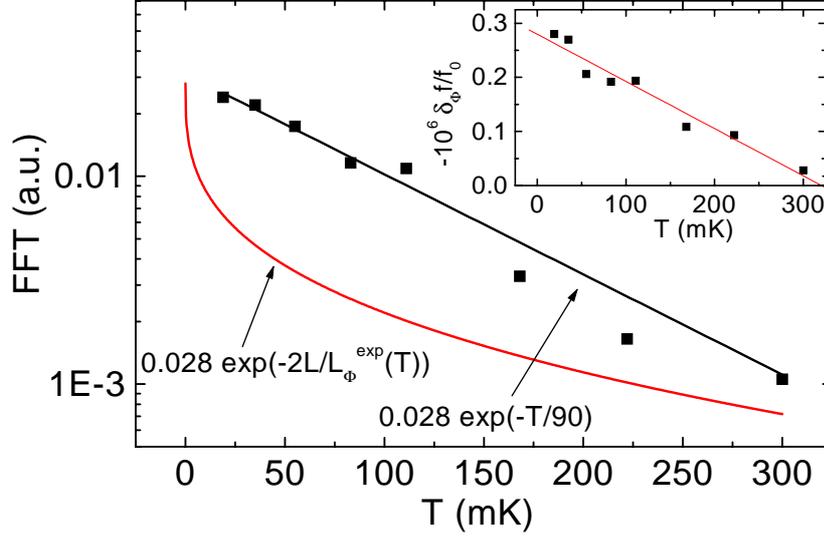


FIG. 3.4 – *Dépendance en température de la composante en $\Phi_0/2$ du signal. L'amplitude du signal est supposée être de la forme $\exp(-2L/L_\Phi(T))$. Nous avons essayé deux formes pour $L_\Phi(T)$: celle, notée $L_\Phi^{\text{exp}}(T)$, issue des expériences de localisation faible sur échantillons connectés et, d'autre part, $L_\Phi(T) \propto 1/T$. La dernière solution donne le meilleur accord avec les données. Insert : Dépendance en température de la variation en fréquence due aux anneaux.*

trique suggérant que les anneaux de grandes circonférences qui n'étaient initialement pas peuplés contribuent au signal aux fortes valeurs de l'éclairement. En suivant la procédure décrite dans la section 3 nous avons mesuré l'amplitude de la composante périodique de la magnétopolarisabilité en fonction du temps d'éclairement, ce qui conduit à la courbe 3.6. Tout d'abord le signal augmente puis diminue après 1400 s d'éclairement. Nous interprétons ce comportement de la manière suivante. Avant éclaircissement la densité électronique dans les anneaux obtenus après gravure du 2DEG est fortement réduite par rapport à la valeur nominale de l'hétérojonction. De ce fait une part importante des anneaux sont susceptibles d'être localisés et ne contribuent donc pas à la magnétopolarisabilité. Dans ce régime le signal est faible. Après illumination le nombre d'anneaux participant au signal augmente si bien que le déplacement en fréquence induit par les anneaux est plus important. Pour un éclaircissement suffisant, lorsque les anneaux sont suffisamment peuplés pour avoir des électrons délocalisés, le résultat dans le régime diffusif peut s'appliquer et une dépendance en $1/g$ est prédite (formule 3.10), avec $g = E_c/\Delta$ la conductance sans dimension. C'est une explication possible pour la décroissance observée de la magnétopolarisabilité à fort éclaircissement.

Jusqu'à présent nous nous sommes attachés à l'analyse de la composante périodique de

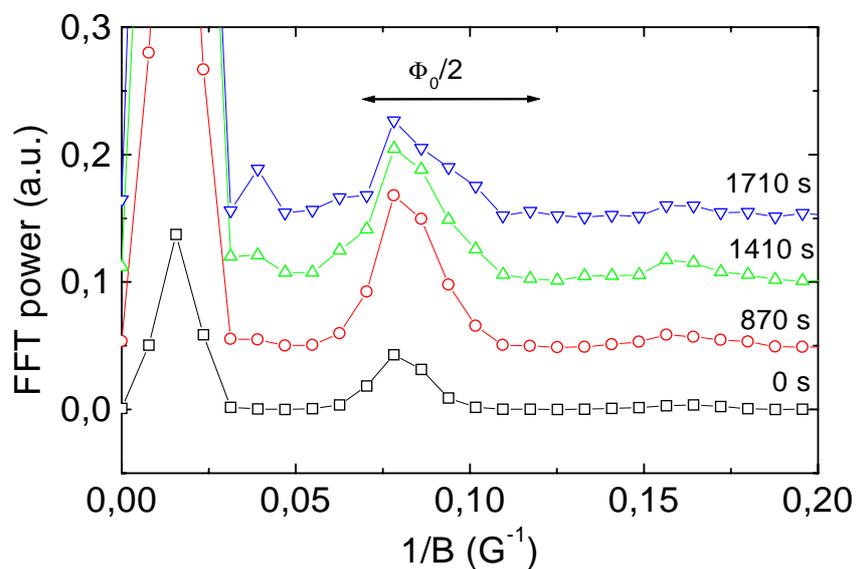


FIG. 3.5 – *Transformée de Fourier de la dérivée de la fréquence de résonance en fonction du champ magnétique à différentes valeurs de l'éclairement. Les courbes sont décalées pour plus de clarté.*

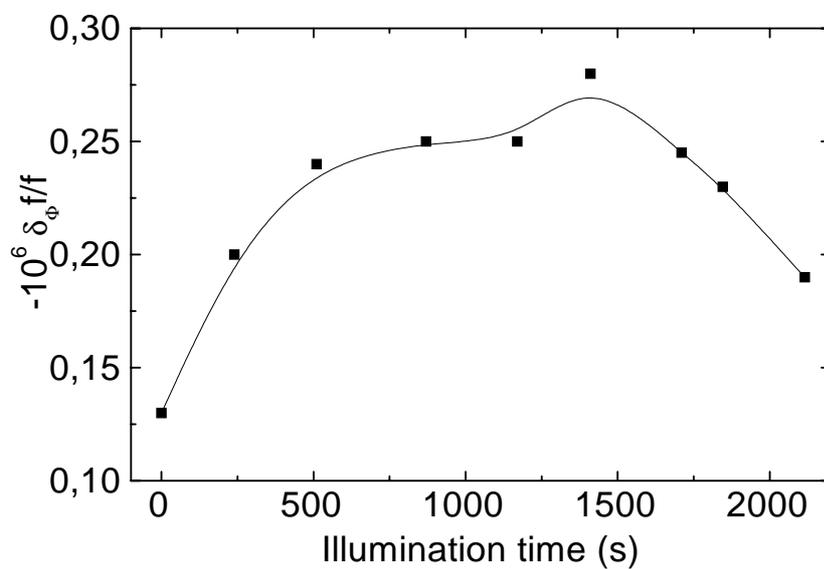


FIG. 3.6 – *Amplitude de la variation de fréquence de résonance due aux anneaux en fonction du temps d'éclairement.*

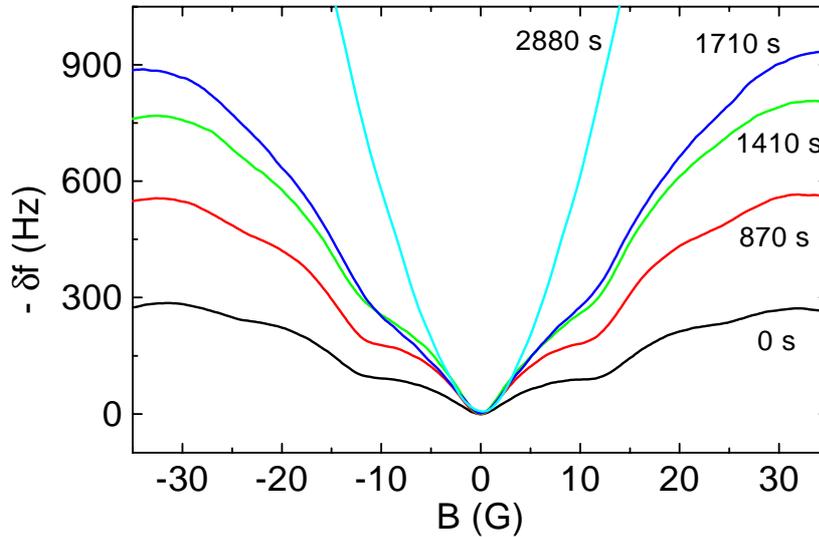


FIG. 3.7 – Déplacement de la fréquence de résonance obtenu en conservant avant intégration la composante aperiodique.

période $\Phi_0/2$ obtenue après filtrage des basses fréquences (voir figure 3.1). Si l'on conserve l'ensemble du signal et qu'on l'intègre numériquement on obtient les courbes de la figure 3.7. En plus des oscillations en $\Phi_0/2$ une forme triangulaire apparaît nettement, qui n'est pas sans rappeler la magnétoconductance d'une grille (figure 2.4, page 27). Cette forme n'est présente qu'à très basse température, elle disparaît complètement pour des températures supérieures à 300 mK. Ce signal, attribué à la largeur finie des anneaux, voit son amplitude s'accroître fortement et son allure devenir plus «aiguë» avec l'éclairement, auquel cas il devient impossible d'extraire de manière fiable les oscillations. Il est raisonnable de penser que la cause en est l'élargissement des anneaux. Il est à noter que cette forme triangulaire a déjà été observée dans des carrés balistiques par Noat *et al.* [58].

Chapitre 4

Absorption électrique

En mesurant le facteur de qualité du résonateur en fonction du champ magnétique, nous avons accès à la partie dépendante du flux de l'absorption électrique, c'est à dire la partie imaginaire de la polarisabilité (voir formule 1.4, page 58). La contribution due aux anneaux (figure 4.1) présente la même périodicité que la variation de fréquence de résonance, qui correspond à un demi quantum de flux dans la surface d'un anneau. Le signal à bas champ décroît. Sachant que l'absorption électrique et la conductance pour un dipôle électrique sont reliées par :

$$G_e = \frac{\omega \alpha''}{a^2} \quad (4.1)$$

cela correspond à une magnétoconductance négative, c'est à dire opposée à la localisation faible mesurée sur des anneaux connectés. Ce signe inhabituel a été mis en avant dans le contexte de la magnétoconductance AC d'anneaux soumis à un flux magnétique oscillant dans la limite du spectre discret par Trivedi et Browne [64] et Kamenev *et al.* [98,99].

Pour rendre compte de ce résultats la distribution des niveaux d'énergie dans un système désordonné doit être prise en compte [100,101]. On peut comprendre le signe de la variation de l'absorption électrique en invoquant le fait que la répulsion de niveau dans un système désordonné est plus importante en GUE qu'en GOE. Reprenant la formule 3.1, page 70 la partie dépendante du flux de l'absorption électrique peut s'écrire dans la limite de la réponse linéaire :

$$\delta_\Phi \alpha'' = -\frac{2e^2}{E^2} \delta_\Phi \left(\sum_{\alpha \neq \beta} \frac{f_\alpha - f_\beta}{\epsilon_{\alpha\beta}} \frac{\gamma\omega}{(\epsilon_{\alpha\beta} + \omega)^2 + \gamma^2} |F_{\alpha\beta}|^2 + \frac{\gamma\omega}{\gamma^2 + \omega^2} \sum_\alpha \frac{\partial f_\alpha}{\partial \epsilon_\alpha} |F_{\alpha\alpha}|^2 \right) \quad (4.2)$$

avec $\epsilon_{\alpha\beta} = \epsilon_\alpha - \epsilon_\beta$. Nous considérons dans un premier temps cette expression en GCE, ensemble statistique pour lequel une moyenne sur le potentiel chimique est réalisée. Avec cette procédure $\langle (f_\alpha - f_\beta)/(\epsilon_{\alpha\beta}) \rangle = -1/\Delta\mu$ et $\langle \partial f_\alpha / \partial \epsilon_\alpha \rangle = -1/\Delta\mu$, avec $\Delta\mu$ la plage sur laquelle la moyenne est faite. Le premier terme dans l'équation 4.2 s'écrit alors :

$$\frac{2e^2}{E^2 \Delta\mu} \delta_\Phi \left(\sum_{\alpha \neq \beta} \frac{\gamma\omega}{(\epsilon_{\alpha\beta} + \omega)^2 + \gamma^2} |F_{\alpha\beta}|^2 \right) \quad (4.3)$$

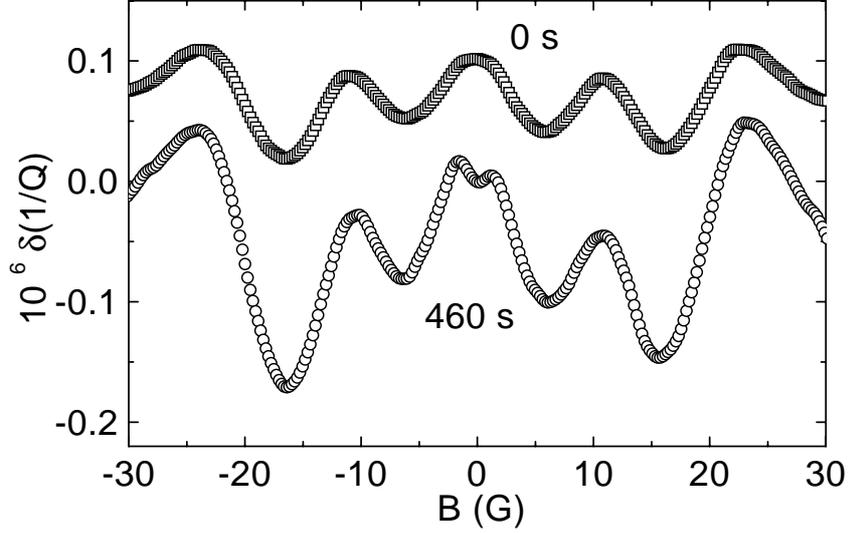


FIG. 4.1 – Variation de $1/Q$ en fonction du champ magnétique à différents éclaircissements.

Dans cette somme les énergies ϵ_α et ϵ_β sont comprises entre $\mu - \Delta\mu/2$ et $\mu + \Delta\mu/2$. En utilisant cette contrainte on peut remplacer la somme par une intégrale :

$$\sum_{\epsilon_\alpha < \epsilon_\beta} () = \frac{\Delta\mu}{\Delta} \int_0^\infty \frac{d\epsilon}{\Delta} R_2(\epsilon)() \quad (4.4)$$

avec $R_2(\epsilon)$ la fonction de corrélation à deux niveaux. Dans cette expression nous négligeons la dépendance en flux des éléments de matrice dont la valeur moyenne est notée $\langle |F_{\alpha\beta}|^2 \rangle_{\mu,\omega}$. Compte tenu de cette approximation l'équation 4.3 s'écrit :

$$\frac{2e^2}{E^2\Delta} \langle |F_{\alpha\beta}|^2 \rangle_{\mu,\omega} \int_0^\infty \frac{d\epsilon}{\Delta} \left(\frac{\gamma\omega}{(\epsilon + \omega)^2 + \gamma^2} + \frac{\gamma\omega}{(\epsilon - \omega)^2 + \gamma^2} \right) \delta_\Phi R_2(\epsilon) \quad (4.5)$$

Le terme de Debye dans l'équation 4.2 est égal en GCE à :

$$\frac{2e^2}{E^2\Delta} \frac{\gamma\omega}{\omega^2 + \gamma^2} \delta_\Phi (|F_{\alpha\alpha}|^2) \quad (4.6)$$

En GCE dans le régime dynamique la correction en flux à la polarisabilité est donnée par la formule 3.3 à $T = 0$. En utilisant la fonction de corrélation suivante [37] :

$$V^2 \langle \psi_\alpha^*(\mathbf{r}_1) \psi_\beta(\mathbf{r}_1) \psi_\alpha(\mathbf{r}_2) \psi_\beta^*(\mathbf{r}_2) \rangle_{\mu,\omega} = k_d(r) + [1 + k_d(r)] \Pi_D(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \quad (GOE) \quad (4.7)$$

on déduit $\delta_\Phi (\langle |F_{\alpha\alpha}|^2 \rangle_\mu) \approx - \langle |F_{\alpha\beta}|^2 \rangle_{\mu,\omega}^{GOE}$. Aussi :

$$\frac{\delta_\Phi \alpha''_{GCE}(\omega)}{\delta_\Phi \alpha'_{GCE}} = - \frac{\gamma\omega}{\omega^2 + \gamma^2} + \int_0^\infty \frac{d\epsilon}{\Delta} \left(\frac{\gamma\omega}{(\epsilon + \omega)^2 + \gamma^2} + \frac{\gamma\omega}{(\epsilon - \omega)^2 + \gamma^2} \right) \delta_\Phi R_2(\epsilon) \quad (4.8)$$

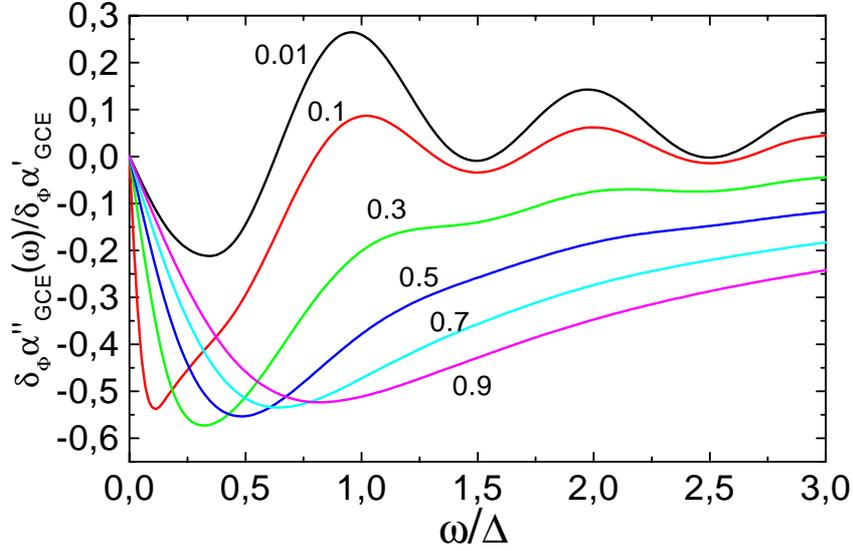


FIG. 4.2 – Valeur calculée de $\delta_{\Phi} \alpha''_{GCE}(\omega) / \delta_{\Phi} \alpha'_{GCE}$ en fonction de la fréquence en GCE à différentes valeurs du paramètre γ/Δ .

Cette expression peut être évaluée numériquement (figure 4.2). Dans la limite $\gamma \rightarrow 0$ on peut faire la substitution $\gamma/(x^2 + \gamma^2) \approx \pi\delta(x)$ dans l'équation 4.8 d'où, en négligeant le terme de Debye :

$$\left. \frac{\delta_{\Phi} \alpha''_{GCE}(\omega)}{\delta_{\Phi} \alpha'_{GCE}} \right|_{\gamma \rightarrow 0} = \frac{\pi\omega}{\Delta} (R_{GUE}(\pi\omega/\Delta) - R_{GOE}(\pi\omega/\Delta))$$

Le signe négatif observé sur la partie dissipative de la magnétopolarisabilité pour $\omega \ll \Delta$ est donc, dans cette limite de faible élargissement des niveaux d'énergie, directement relié à la plus grande répulsion des niveaux qui existe en GUE par rapport à GOE.

Pour des anneaux isolés les résultats de l'ensemble canonique doivent être appliqués. On peut, dans ce cas, estimer la correction à l'absorption électrique par un traitement analogue à celui appliqué à la partie réelle de la polarisabilité [60]. Cela conduit à :

$$\frac{\delta_{\Phi} \alpha''_{CE}(\omega)}{\delta_{\Phi} \alpha'_{GCE}} = \int_0^{\infty} \frac{d\epsilon}{\Delta} \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\omega\gamma}{(\epsilon + \omega)^2 + \gamma^2} + \frac{\omega\gamma}{(\epsilon - \omega)^2 + \gamma^2} \right) \left[\delta_{\Phi} R_2(\epsilon) + \int_0^{\epsilon} d\epsilon_1 \delta_{\Phi} R_3(\epsilon, \epsilon_1) \right] \quad (4.9)$$

Une évaluation numérique de cette expression à différentes valeurs du l'élargissement des niveaux γ conduit aux courbes de la figure 4.3. L'absorption électrique est toujours négative à basse fréquence et peut changer de signe pour les faibles valeurs de γ/Δ .

Pour comparer ces prédictions avec nos résultats expérimentaux nous allons calculer le rapport $\delta_{\Phi} \alpha'' / \delta_{\Phi} \alpha'$. Dans notre expérience, au vue des équations (1.2,1.4), cette quantité

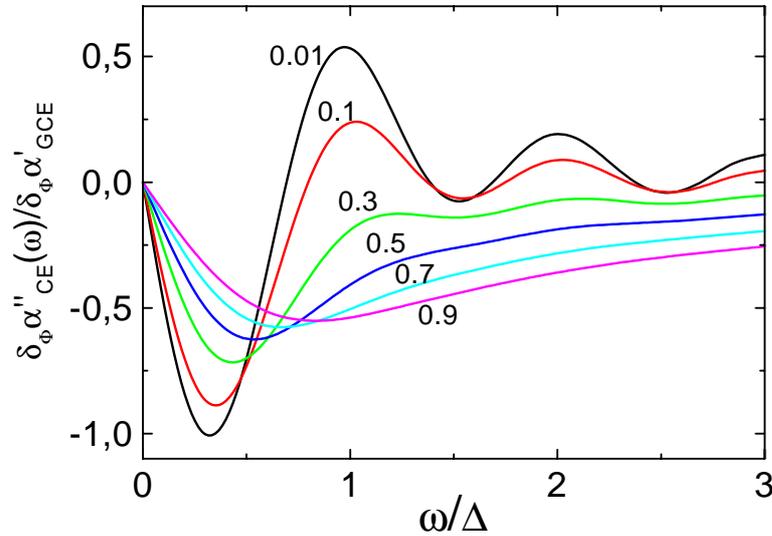


FIG. 4.3 – Valeur calculée de l'absorption électrique en CE en fonction de la fréquence à différente valeur du paramètre γ/Δ

est donnée par le rapport $\delta_\Phi(1/Q)/(-2\delta_\Phi f/f)$ et est indépendante du nombre d'anneaux couplés au résonateur ou du coefficient de couplage électrique k_e . Expérimentalement nous trouvons $\delta_\Phi \alpha''/\delta_\Phi \alpha' = -0.2$ sans éclaircissement et -0.23 après 420 s d'éclaircissement. Théoriquement, pour $\omega/\Delta = 0.2$, $\delta_\Phi \alpha'_{CE}(\omega) = 0.5 \delta_\Phi \alpha'_{GCE}$ et $\delta_\Phi \alpha''(\omega)/\delta_\Phi \alpha'_{GCE} = -0.5$ si bien que la valeur attendue pour $\delta_\Phi \alpha''(\omega)/\delta_\Phi \alpha'_{CE}(\omega)$ est proche de 1. Cette valeur est calculée pour de faible valeur de γ/Δ . Pour des valeurs plus importantes de ce paramètre la valeur attendue est d'amplitude similaire voire plus importante. Par conséquent on voit que les prédictions théoriques donnent le signe correct de l'effet mais l'amplitude calculée est plus de deux fois plus importante que l'amplitude mesurée.

Chapitre 5

Magnétisme orbital

Grâce aux caractéristiques du résonateur nous avons la possibilité de mesurer la réponse magnétique des mêmes anneaux que ceux mesurés pour la réponse électrique. Les anneaux sont alors placés sur la partie inductive du résonateur. On va ainsi avoir accès à la mesure de la partie dépendante du flux de la réponse magnétique orbitale des anneaux à 350 MHz. Dans cette configuration le facteur de qualité du résonateur n'est que de 500. Cette faible valeur, qui n'est pas comprise, diminue d'autant la précision de la mesure. De plus elle rend impossible une mesure fiable de la partie dissipative de la réponse magnétique. De ce fait nous ne présenterons ici que les résultats obtenus sur la partie non-dissipative de la susceptibilité magnétique. On ne peut a priori exclure que dans ce montage on soit également sensible à la réponse électrique des anneaux. Toutefois, avec la valeur estimée de la capacitance résiduelle du méandre et le mauvais couplage électrique associée à cette géométrie nous estimons que la signature de la réponse électrique sur la fréquence de résonance est au moins 20 fois plus petite que lorsque les anneaux sont placés sur la partie capacitive. De plus l'allure très différente des signaux dans cette configuration par rapport à la détection de la réponse électrique est une preuve supplémentaire que nous mesurons essentiellement la réponse magnétique des anneaux.

5.1 Dépendance en flux du magnétisme orbital

Le signal mesuré sans éclairage, après soustraction de la ligne de base attribuée au résonateur, est montré dans la partie basse de la figure 5.1. En s'inspirant de l'analyse effectuée pour la réponse électrique ce signal est décomposé en une composante périodique en flux de période compatible avec un demi quantum de flux dans la surface d'un anneau et une composante apériodique (figure 5.1, partie haute). La composante à $\phi_0/2$ du signal est interprétée comme étant la contribution des trajectoires électroniques enserrant l'anneau. La composante apériodique de forme triangulaire est, quant à elle, associée à la contribution des trajectoires confinées dans la largeur finie de l'anneau. L'amplitude relative du signal périodique $\delta f/f$ est de l'ordre de $-1.5 \cdot 10^{-8}$, soit 10 fois plus petite que le signal obtenu sur la partie électrique. De cette valeur, de la formule 1.6, page 59 et de l'estimation du

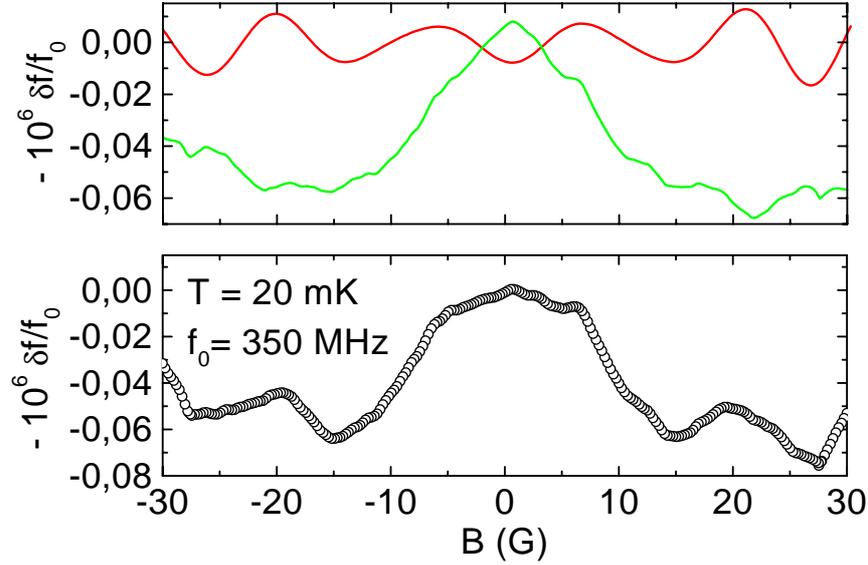


FIG. 5.1 – *Partie basse : variation de la fréquence de résonance due aux anneaux à 20 mK et sans éclairage. Partie haute : le signal précédent est divisé en une composante périodique, présentant une périodicité compatible avec un demi quantum de flux dans la surface d'un anneau, et une composante apériodique.*

couplage magnétique faite dans l'annexe A.1 nous déduisons que l'amplitude de la partie dépendante du flux de la réponse magnétique des anneaux est $\delta_{\Phi}\chi = 5.4 \cdot 10^{-24} \pm 2.1 \cdot 10^{-24} \text{ m}^3$.

Dans la suite nous commencerons par supposer que la contribution principale à ce signal provient de la dérivée en flux des courants permanents puis nous discuterons d'éventuels effets de fréquence finie.

5.2 Lien avec les courants permanents

En supposant que les courants permanents ont une dépendance en flux de la forme $I(\Phi) = I_0 \sin(4\pi\Phi/\Phi_0)$, nous déduisons :

$$I_0 = -\frac{\delta_{\Phi}\chi}{2\mu_0} \frac{\Phi_0}{4\pi S^2} \quad (5.1)$$

avec S la surface de l'anneau. Nous trouvons alors un courant permanent moyen qui est *diamagnétique* et dont l'amplitude est $|I_0| = 0.25 \pm 0.1 \text{ nA}$. La composante apériodique est quant à elle paramagnétique à bas flux. D'un point de vue théorique l'amplitude attendue du courant permanent lié aux interactions électron-électron, telle que calculée par Ambegaokar et Eckern [40], est de l'ordre de $E_c/\Phi_0 = 1.5 \text{ nA}$, avec une éventuelle diminution pour

cause de renormalisation de l'interaction. D'autre part les prédictions d'Altshuler *et al.* [45] pour des électrons sans interaction donnent une amplitude comprise entre $\sqrt{\Delta E_c}/\Phi_0 = 0.6$ nA et $\Delta/\Phi_0 = 0.3$ nA. Dans les deux cas, en présence ou en l'absence d'interaction répulsive, le courant est paramagnétique. La faible différence que nous trouvons entre le cas avec interaction et le cas sans interaction est spécifique des anneaux GaAs pour lesquels le nombre d'électrons est très faible. Le signal mesuré est donc compatible pour l'amplitude mais pas pour le signe avec les prédictions théoriques, à moins de supposer des interactions attractives.

Nous avons par ailleurs essayé de rendre compte de l'allure du signal observé, composante apériodique comprise, à l'aide de simulations numériques utilisant le modèle d'Anderson (voir annexe D). Pour cela nous avons calculé la susceptibilité magnétique d'un anneau et d'un rectangle (figure 5.2), ce dernier constituant un des «côtés» de l'anneau. Le cas du rectangle pourrait correspondre dans notre expérience à la réponse magnétique d'anneaux coupés. La susceptibilité de l'anneau présente un comportement périodique, qui est paramagnétique à bas champ. La largeur finie de l'anneau conduit à une décroissance de l'amplitude des oscillations avec le champ. On note toutefois l'absence de composante apériodique sur le signal de l'anneau. Une telle composante est par contre visible sur le signal du rectangle. Elle est paramagnétique à bas champ, signe également observé dans notre expérience. On notera toutefois que son amplitude est presque 50 fois plus faible que le signal de l'anneau. De ce fait les résultats des simulations numériques ne permettent pas d'expliquer l'amplitude du signal apériodique comparée à celle du signal périodique. Une piste possible serait la prise en compte dans ce calcul des interactions électron-électron.

5.3 Effet de fréquence finie

On ne peut pas exclure un effet de fréquence finie sur le magnétisme orbital des anneaux. En utilisant la formule obtenue pour la susceptibilité magnétique (section 2.8, page 40):

$$\delta_{\Phi}\chi(\omega) = \mu_0 L^2 \delta_{\Phi} \left(\sum_{\alpha \neq \beta} \frac{f_{\alpha} - f_{\beta}}{\epsilon_{\alpha\beta}} \frac{\epsilon_{\alpha\beta} - i\gamma}{\epsilon_{\alpha\beta} + \omega - i\gamma} |J_{\alpha\beta}|^2 + \sum_{\alpha} \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial \epsilon_{\alpha}} \frac{i\gamma}{i\gamma - \omega} |J_{\alpha\alpha}|^2 \right)$$

on peut montrer en utilisant un raisonnement très similaire à celui appliqué pour la magnétopolarisabilité (section 3.2.2) que la variation en flux de la partie réelle, non dissipative, de la susceptibilité magnétique d'un anneau soumis à un flux magnétique oscillant en CE sans interaction est donnée par :

$$\frac{\delta_{\Phi}\chi'(\omega)}{\delta_{\Phi}\chi'(\omega=0)} = \frac{1}{2} \left(1 - \int_0^{\infty} d\epsilon \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\epsilon(\epsilon + \omega) + \gamma^2}{(\epsilon + \omega)^2 + \gamma^2} + \frac{\epsilon(\epsilon - \omega) + \gamma^2}{(\epsilon - \omega)^2 + \gamma^2} \right) \left[\delta_{\Phi} R_2(\epsilon) + \int_0^{\epsilon} d\epsilon_1 \delta_{\Phi} R_3(\epsilon, \epsilon_1) \right] \right) \quad (5.2)$$

On a utilisé le fait que de $\delta_{\Phi}(\langle |J_{\alpha\alpha}|^2 \rangle) = \langle |J_{\alpha\beta}|^2 \rangle$. L'évaluation de cette quantité se déduit très aisément de celle de la magnétopolarisabilité en CE (figure 5.3). La prise

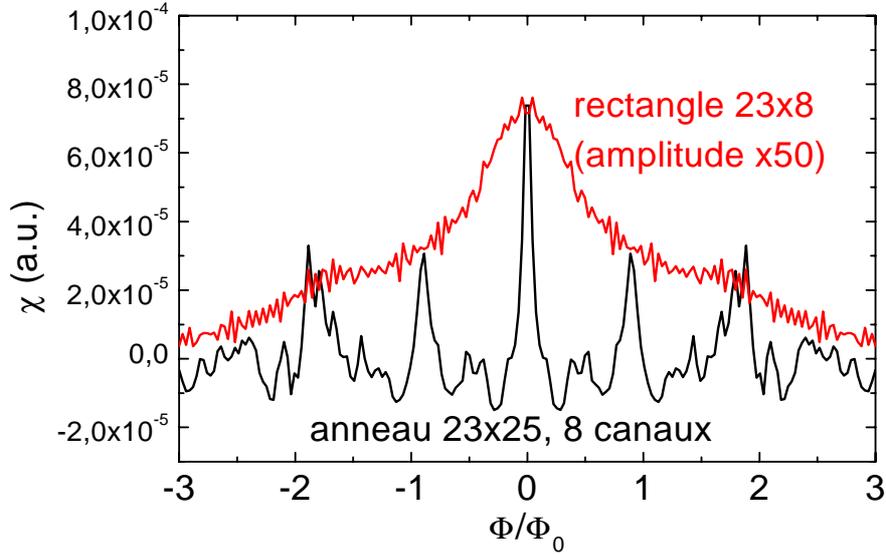


FIG. 5.2 – Susceptibilité magnétique, calculée dans le modèle d’Anderson, d’un anneau de dimension extérieure 23×25 sites possédant 8 canaux, et d’un rectangle 23×8 . Les deux systèmes ont un désordre de 0.7. On notera la très faible amplitude de la susceptibilité du rectangle comparée à celle de l’anneau. L’échelle de champ est fixée par le flux dans la surface maximale de l’anneau (ici 23×25). La périodicité mesurée sur l’anneau est compatible avec un demi quantum de flux dans la surface moyenne de l’anneau.

en compte de la fréquence réduit notablement le signal magnétique pour des fréquences de l’ordre de Δ mais ne semble pas conduire à un changement de signe de $\delta_\Phi \chi'$. On peut remarquer qu’au contraire de la réponse électrique, la susceptibilité magnétique des anneaux est maximale à fréquence nulle, limite qui correspond aux courants permanents. La dépendance en fréquence que nous avons exposée ne tenait pas compte des interactions. Cet aspect mériterait un travail théorique plus approfondi.

Récemment il a été avancé que les courants mesurés dans les expériences pourraient être dus au comportement non-linéaire des anneaux : un bruit haute fréquence hors équilibre pourrait conduire à un courant DC [87]. Le bruit peut également diminuer la cohérence de l’échantillon. Un travail récent de Kravtsov et Altshuler [9] prévoit que ces deux quantités, le courant permanent moyen I_0 et le déphasage mesuré par la saturation du temps de cohérence de phase τ_Φ , sont reliés de manière étonnamment simple par $I_0 = Ce/\tau_\Phi(T = 0)$. C est une constante donnant le signe des courants permanents et $\tau_\Phi(T = 0)$ est le temps de cohérence de phase à température nulle. Si l’on prend $\tau_\Phi = 1.5$ ns à 20 mK, valeur déduite des mesures sur des fils connectés [90], et que l’on considère le cas orthogonal, c’est à dire dans le cadre de la théorie de la référence [9] le cas sans spin-orbite qui conduit à $C = -4/\pi$, on déduit une valeur pour les courants permanents qui est de -0.14 nA. Le courant prédit

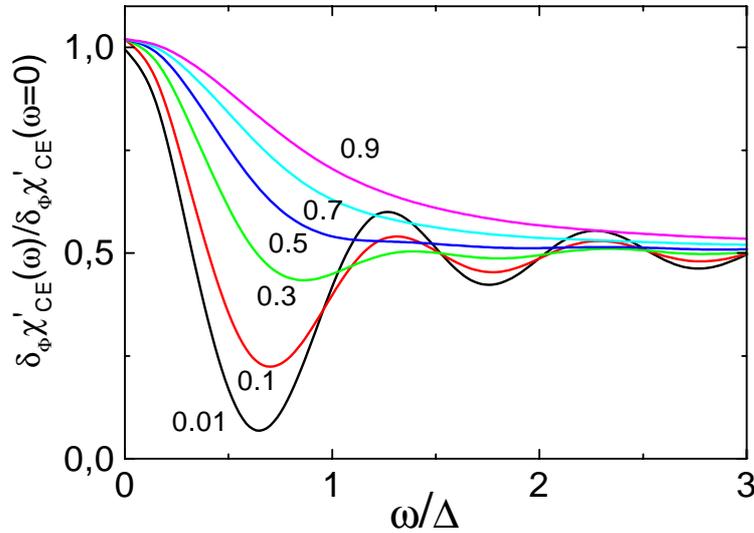


FIG. 5.3 – Dépendance en fréquence calculée de la partie réelle de la susceptibilité magnétique à différentes valeurs du paramètre γ/Δ .

est diamagnétique. Le signe et l'amplitude sont donc compatibles avec notre mesure. Si l'on prend le temps de cohérence de phase déduit de notre mesure de la magnétopolarisabilité (section 3.3, page 76) l'accord est moins bon puisque le courant calculé est plus petit d'un ordre de grandeur que le courant mesuré. Notons que les prédictions de Kravtsov et Altshuler sont faites dans une limite de spectre continu. Par conséquent elles ne sont sans doute pas valables pour les anneaux considérés ici qui se placent dans une limite de spectre discret.

5.4 Effet de l'éclairement

L'influence de la densité électronique sur la réponse magnétique des anneaux a été étudiée en les éclairant. Le signal après différents temps d'éclairement est montré sur la figure 5.4. La courbe enveloppe de forme triangulaire change de signe et s'accroît avec l'éclairement. Pour chaque éclairage la transformée de Fourier du signal montre une composante qui est compatible avec un demi quantum de flux dans la surface d'un anneau (figure 5.5). On voit toutefois que la forme du pic à $\Phi_0/2$ se modifie. Ce dernier s'élargit ce qui est une indication de l'élargissement des anneaux. Il est à noter que la largeur du pic est toujours compatible avec la largeur gravée compte tenu des effets de déplétion. L'intégrale de la transformée de Fourier sur l'intervalle correspondant à $\Phi_0/2$ est constant à 10 % près. Ainsi l'amplitude des courants permanents semble être à peu près constante avec le temps

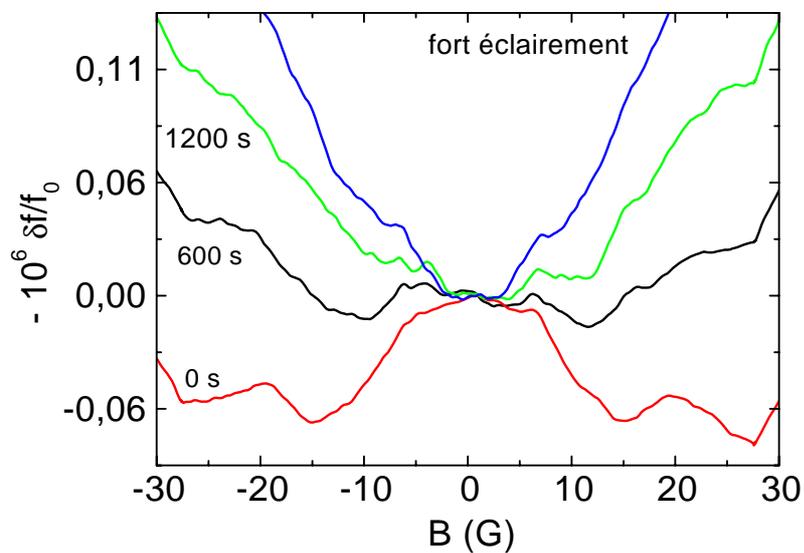


FIG. 5.4 – Déplacement de la fréquence de résonance due à la réponse magnétique des anneaux après différents temps d'éclaircissement.

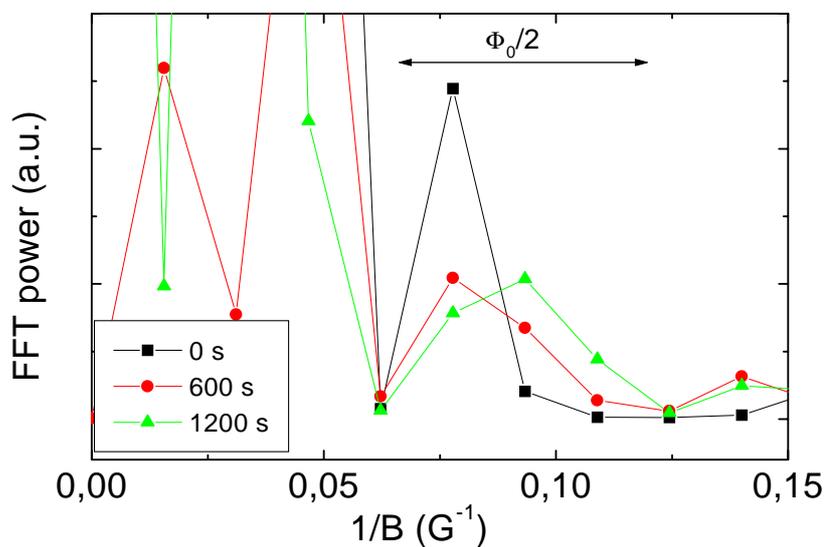


FIG. 5.5 – Transformée de Fourier de la réponse magnétique des anneaux à différents éclaircissements.

d'éclairement¹. Le changement de signe de la partie apériodique, passant d'une réponse paramagnétique à diamagnétique à bas champ, n'est pas compris pour le moment.

1. Nous avons vérifié que la phase de la transformée de Fourier était compatible avec cette interprétation.

Chapitre 6

Réponse magnétique d'anneaux métalliques

Dans cette partie nous présentons les résultats sur la réponse magnétique d'anneaux métalliques réalisés en argent. Nous n'avons pas tenté de mesurer la magnétopolarisabilité de ces anneaux car, d'après la formule 3.10, l'ordre de grandeur de l'effet attendu est proportionnel au rapport λ_s/W ce qui, dans un métal, avec une longueur d'écrantage de quelques angströms, conduit à un effet tout à fait négligeable.

Avant de présenter les résultats proprement dits, il nous a semblé intéressant de comparer ces anneaux à ceux réalisés dans une hétérojonction GaAs/AlGaAs.

- En premier lieu on passe d'un régime semi-balistique (l_e du même ordre de grandeur que le périmètre L de l'anneau) à un régime diffusif ($l_e \ll L$) pour les anneaux métalliques. De ce point de vue les résultats théoriques calculés pour des systèmes diffusifs peuvent s'appliquer sans restriction¹.
- la géométrie ainsi que la densité électronique du système sont modifiées. La densité dans le cas métallique est ainsi presque 10^6 fois plus importante que dans les anneaux GaAs. Nous passons d'une géométrie bidimensionnelle pour les anneaux gravés dans une hétérojonction à une géométrie tridimensionnelle (l'épaisseur des anneaux n'est plus négligeable devant leur largeur). L'écart moyen entre niveau est alors beaucoup plus faible, de l'ordre de la dizaine de microkelvins, on est donc dans une limite de spectre continu.
- L'argent présentant un fort couplage spin-orbite, nous nous trouvons également dans une situation différente du cas des anneaux semi-conducteurs pour lesquels ce couplage est négligeable. Cela peut permettre de discriminer entre des théories qui prédisent ou pas une dépendance de la réponse magnétique orbitale des anneaux (en particulier en ce qui concerne le signe de l'effet) vis à vis du spin-orbite.
- Nous avons vu dans la partie qui concernait les anneaux semi-conducteurs que ces

1. Au contraire dans le régime semi-balistique on doit tenir compte d'éventuels phénomènes d'annulation de flux magnétique liés aux trajectoires dans l'échantillon. Cette situation a été étudiée par Beenaker et Van Houten pour les corrections de localisation faible dans des fils [102].

derniers présentait l'avantage d'avoir une densité électronique variable sur laquelle on peut jouer en les illuminant. Cet avantage est aussi un défaut en ce sens que le nombre d'électrons dans chaque anneau n'est jamais connu avec précision. Au contraire dans les anneaux métalliques, ce nombre est fixé par la taille du système et est donc sensiblement le même d'un anneau à l'autre.

D'un point de vue expérimental le fait de travailler avec des anneaux métalliques permet de s'affranchir des problèmes de substrats et donc de conserver le facteur de qualité du résonateur, ce qui est gage d'une bonne sensibilité. De plus en lithographiant les anneaux sur le même substrat que le résonateur on va pouvoir les aligner par rapport à ce dernier et ainsi avoir un couplage plus important et plus homogène.

6.1 Fabrication de l'échantillon

L'échantillon constitué d'un résonateur et d'anneaux d'argent, placés entre les lignes du méandre du résonateur et sur le même substrat que celui-ci, a nécessité deux types de lithographie. Dans un premier temps, par lithographie optique, le résonateur en niobium est réalisé. Ce résonateur est ensuite testé, d'abord à température ambiante pour détecter d'éventuels courts-circuits ou sections coupées, puis à basse température pour vérifier la qualité de la réponse du résonateur en champ magnétique. Celle-ci peut être en effet profondément affectée par la présence de liens faibles, qui constituent alors des jonctions Josephson, ou par celle de petites boucles. Une fois ces tests effectués, on va réaliser les anneaux d'argent par lithographie électronique. De la résine photosensible (PMMA) est déposée sur le résonateur, sur celle-ci une couche d'aluminium d'épaisseur de l'ordre de 10 nm est évaporée. Cette couche métallique a pour but d'éviter des problèmes de charge au cours de la lithographie électronique. En effet le résonateur se trouvant sur un substrat isolant, le saphir, les électrons du faisceau électronique ne peuvent s'évacuer, conduisant de ce fait à des problèmes de déviations du faisceau ou de claquage. L'étape suivante est la procédure d'alignement du masqueur électronique sur le résonateur. Il est à noter que pour la réalisation de cet échantillon l'utilisation d'un masqueur électronique, qui permet de conserver un très bon alignement sur une grande zone grâce à un système d'interférométrie laser, est requis car nous avons besoin d'aligner parfaitement quelques 10^5 anneaux sur le résonateur dans une surface de l'ordre du mm^2 . Les anneaux sont alors impressionnés dans la résine et la couche d'aluminium éliminée par un bain de soude. Toutes ces étapes ont été réalisées en collaboration avec D. Mailly du LPN (ex L2M). Une évaporation d'argent² est effectuée, et après dissolution de la résine (lift-off) on obtient l'échantillon montré sur la figure 6.1. 140000 anneaux ont été impressionnés dans la résine, toutefois au cours du lift-off certains anneaux ne sont pas sortis, ou bien se sont trouvés être coupés. De ce fait on peut estimer que le nombre d'anneaux donnant effectivement un signal est compris entre 100000 et 140000. Avec cet échantillon le facteur de qualité intrinsèque du résonateur avec

2. Le lift-off d'argent a été réalisé en utilisant le matériel de l'équipe quantronique au SPEC (service de physique de l'état condensé) à Saclay, l'argent utilisé ayant déjà été caractérisé par F. Pierre *et al.* [103].

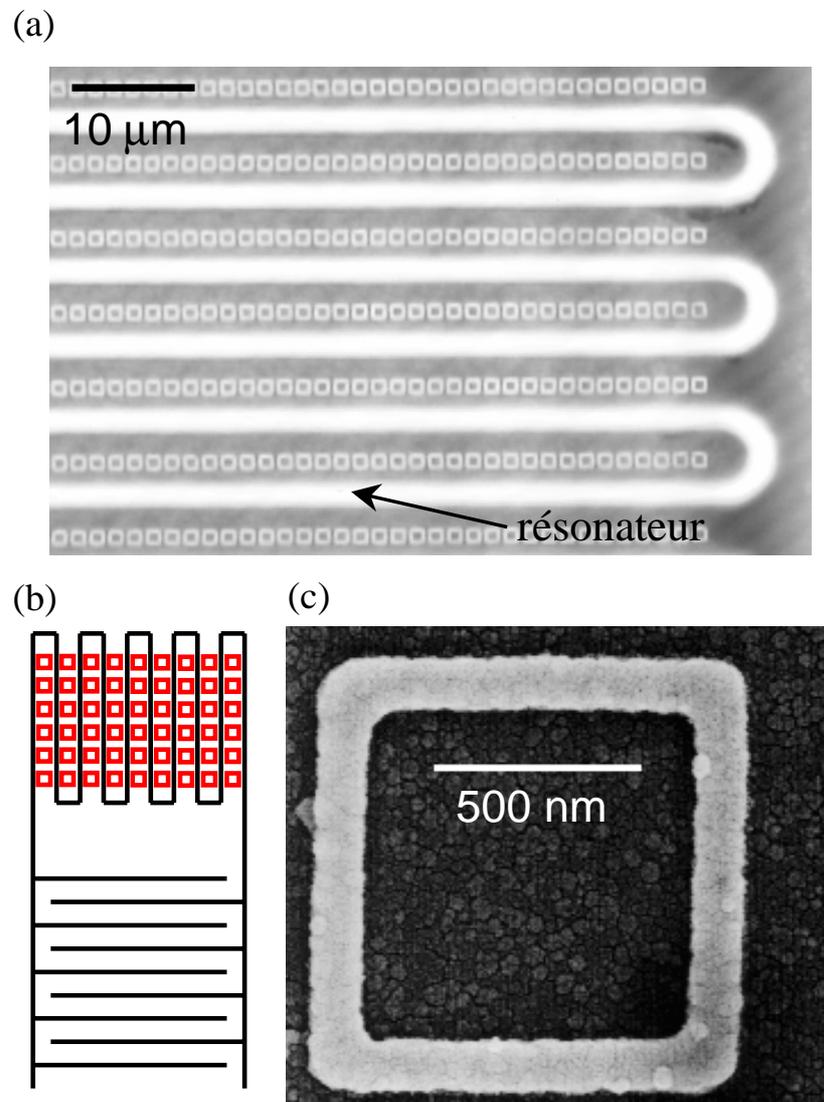


FIG. 6.1 – (a) Image réalisée par microscopie optique d'une partie du résonateur avec les anneaux d'argent alignés entre les lignes du méandre du résonateur. (b) Schéma de la disposition des anneaux d'argent sur le résonateur. (c) Image obtenue par microscopie électronique à balayage d'un des anneaux d'argent.

périmètre L	largeur w	hauteur h	l_e	D	$E_c = hD/L^2$	L_{so}
4 μm	130 nm	70 nm	40 \pm 5 nm	0.018	54 mK	575 nm

TAB. 6.1 – *Caractéristiques des anneaux en argent. Le libre parcours moyen l_e est calculé à partir de la résistance de fils d'argent réalisés dans les mêmes conditions que les anneaux et possédant la même largeur.*

les anneaux est pratiquement le même que celui du résonateur nu, à savoir de l'ordre de 200000 pour des températures inférieures au Kelvin.

Les anneaux ainsi obtenus ont des caractéristiques données dans le tableau 6.1. Grâce à la méthode de fabrication utilisées les anneaux ont tous le même couplage avec le résonateur. Ce couplage, mesuré par l'inductance mutuelle \mathcal{M} entre un anneau et le résonateur, peut être estimé de la même façon que pour les anneaux semi-conducteurs, excepté qu'aucune moyenne en fonction de la position des anneaux par rapport au résonateur n'est nécessaire. Le flux magnétique dans un anneau est déterminé par la surface de l'anneau ainsi que par le champ magnétique au niveau de l'anneau. Par rapport aux anneaux gravés dans GaAs/AlGaAs le premier facteur est moins important car les anneaux sont plus petits mais le champ magnétique au niveau d'un anneau est plus grand car les anneaux d'argent sont plus proches des lignes du résonateur. Ces deux facteurs font que la mutuelle pour les anneaux d'argent est du même ordre de grandeur que celle des anneaux gravés : $\mathcal{M} = 0.14$ pH pour les anneaux d'argent contre $\mathcal{M} = 0.12$ pH pour les anneaux gravés.

6.2 Magnétisme orbital des anneaux d'argent

Au vu de l'amplitude du signal attendu la détection est dans le cas des anneaux métalliques bien plus délicate que ne l'était la mesure de la réponse magnétique ou électrique sur des anneaux semi-conducteurs. Qui plus est, du fait de la très grande sensibilité du détecteur, due au grand facteur de qualité du résonateur avec les anneaux, nous sommes sensibles d'une part au signal des anneaux mais aussi à toutes les imperfections en champ magnétique du résonateur. Pour nous affranchir en partie de cette «trop» grande sensibilité la gamme de champ magnétique explorée est limitée pour éviter de piéger des vortex dans le résonateur, les mesures étant effectuées en faisant décroître le module du champ magnétique. De plus nous avons sciemment couplé le résonateur avec le circuit extérieur de telle façon que le facteur de qualité du système soit de l'ordre de 50000. Afin de limiter encore la sensibilité aux imperfections de la ligne, nous ne modulons pas le champ magnétique. Ceci est possible car, avec cet échantillon, au contraire des anneaux GaAs/AlGaAs, il n'y a pas de dérive de la fréquence de résonance³. Le fait de ne pas moduler le champ magnétique permet d'enlever la bobine de modulation qui était située à proximité de l'échantillon (voir descriptif du dispositif expérimental page 59), cette bobine amenant un couplage trop important du résonateur avec le circuit extérieur. La valeur élevée du facteur de qualité

3. Le fait qu'une telle dérive soit observée seulement sur les anneaux GaAs/AlGaAs est une indication que cette dérive est sans doute due au substrat GaAs.

implique également que le signal vu par les anneaux à résonance est important ce qui oblige à travailler avec des puissances injectées très faibles, de l'ordre de 0.01 pW.

Dans ces conditions, la variation de fréquence de résonance, une fois soustraite la contribution du résonateur, est montrée sur le figure 6.2. Cette courbe résulte de la moyenne d'une quarantaine de mesures. La courbe expérimentale fait apparaître des oscillations en fonction du champ magnétique qui n'existent qu'à basse température. Ainsi, dès 140 mK, ce signal oscillant a complètement disparu. La transformée de Fourier du signal (figure 6.3) fait apparaître un pic correspondant à des oscillations de période compatible avec un demi quantum de flux dans la surface de l'anneau. Ce signal à basse température est attribué aux courants permanents dans les anneaux métalliques. Reprenant le raisonnement effectué pour la réponse magnétique des anneaux gravés dans une hétérojonction GaAs/AlGaAs, l'amplitude I_0 des courants permanents est alors donnée par :

$$|I_0| = \frac{|\delta_\Phi f|}{f} \frac{\mathcal{L}\Phi_0}{4\pi N\mathcal{M}^2} \quad (6.1)$$

Le courant permanent moyen est supposé avoir la forme : $I_0 \sin 4\pi\Phi/\Phi_0$. N est le nombre d'anneaux et $\mathcal{L} = 0.05\mu\text{H}$ l'inductance du résonateur. Compte tenu de l'incertitude sur le nombre d'anneaux, il vient : $|I_0| = 0.33 \pm 0.05$ nA. Le signe de l'effet conduit à un courant moyen qui est *diamagnétique*. La figure 6.4 montre la dépendance en température du déplacement de la fréquence de résonance induite par les anneaux. Les données sont compatibles avec une décroissance exponentielle avec une température caractéristique de l'ordre de 40 mK, c'est à dire proche de la valeur estimée de E_c .

6.3 Interprétation

Au vu de la très faible valeur de l'écart moyen entre niveaux Δ dans ces anneaux métalliques les théories faisant intervenir des électrons sans interactions ne peuvent expliquer nos résultats. Si l'on tient compte des interactions [40] le signal escompté est de l'ordre de $E_c/\Phi_0 = 0.18$ nA⁴. La valeur trouvée est donc du bon ordre de grandeur. Par contre la théorie prévoit un courant paramagnétique que ce soit en présence ou en l'absence de couplage spin-orbite. Le signe que nous trouvons est donc opposé à celui escompté, sauf à supposer une interaction attractive dans l'argent.

On peut, comme pour le cas des anneaux semi-conducteurs, tenter une interprétation basée sur les non-linéarités d'un anneau mésoscopique [9]. Toutefois cette interprétation n'est pas satisfaisante car elle conduirait à un signe paramagnétique pour un système avec un fort couplage spin-orbite, ce qui est le cas de l'argent.

Toute cette analyse est faite à fréquence nulle. Toutefois, plus encore que pour les anneaux semi-conducteurs, la fréquence est un paramètre important dans notre expérience car elle est du même ordre de grandeur que l'inverse des temps caractéristiques du système.

4. La valeur que nous donnons n'est qu'approximative. En effet on doit tenir compte dans la théorie d'une éventuelle renormalisation de l'interaction

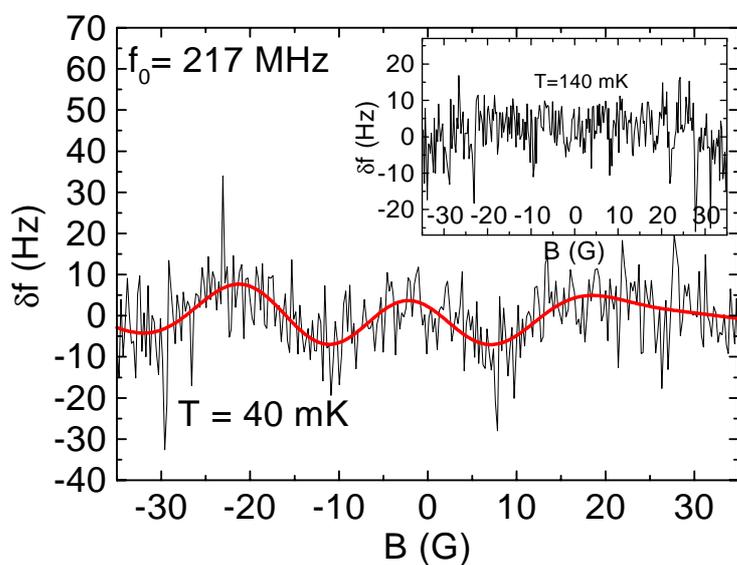


FIG. 6.2 – Déplacement de la fréquence de résonance dû aux anneaux d'argent à basse température après une moyenne sur 40 mesures. La courbe lissée est obtenue par filtrage numérique des données expérimentales. Pour comparaison le signal à plus haute température est montré en insert.

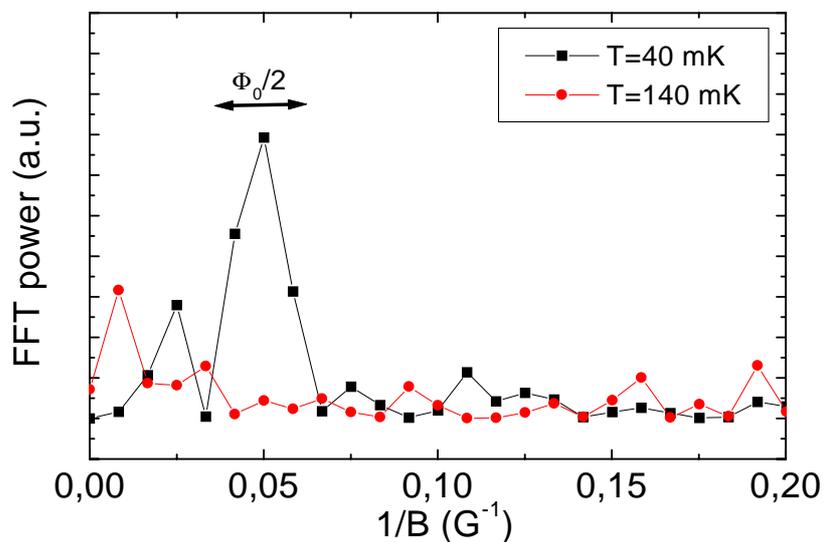


FIG. 6.3 – Transformée de Fourier du déplacement en fréquence dû aux anneaux à 40 mK et 140 mK.

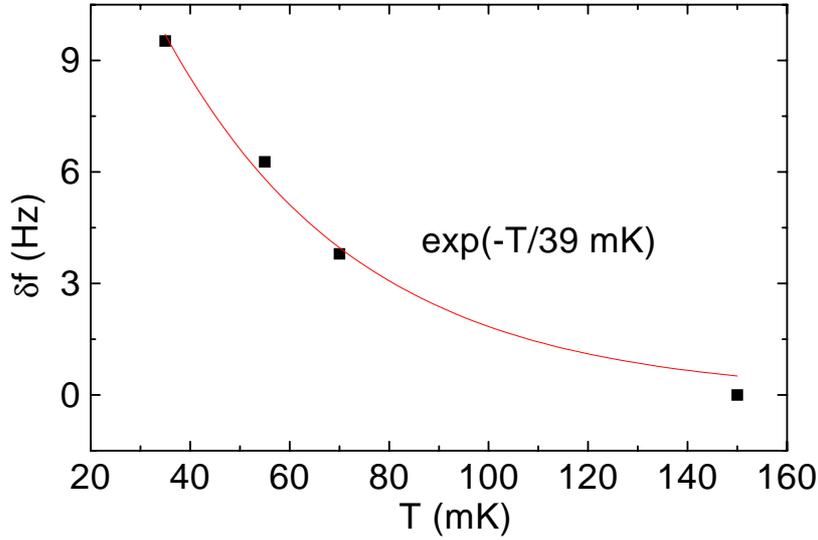


FIG. 6.4 – Dépendance en température du signal sur les anneaux d'argent.

En effet à 217 MHz on a $\omega\tau_D = 0.2$ et $\omega\tau_\Phi = 2$ (on avait $\omega\tau_D \approx 0.02$ dans les anneaux GaAs). De ce fait, d'autres contributions liées à la fréquence finie pourraient contribuer au signal mesuré. En particulier on pourrait être sensible à la partie imaginaire de la conductance moyenne $G''(\omega)$ des anneaux. Cette contribution conduirait à un courant $I(\Phi)$, mesurable par la variation de la fréquence de résonance, donné par $dI/d\Phi = \omega G''(\omega)$. En prenant la correction de localisation faible d'un anneau de rayon R (equation 2.1, page 26) :

$$\Delta G(\omega) = -\frac{e^2}{\pi\hbar} \frac{L_\Phi(\omega)}{L} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\pi} \frac{R/L_\Phi(\omega)}{\left(\frac{R}{L_\Phi(\omega)}\right)^2 + \left(l + \frac{2\Phi}{\Phi_0}\right)^2} \quad (6.2)$$

avec $L_\Phi(\omega)^2 = L_\Phi^2/(1 + i\omega\tau_\Phi)$. Si l'on ne considère que la partie imaginaire $\Delta G(\omega)''$ on a :

$$\omega \Delta G''(\omega) = \frac{4E_c}{\Phi_0^2} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \frac{\omega^2 \tau_\Phi^2}{\left(1 + \left(\frac{L_\Phi}{R}\right)^2 \left(l + 2\frac{\Phi}{\Phi_0}\right)^2\right)^2 + \omega^2 \tau_\Phi^2} \quad (6.3)$$

Pour des paramètres proches de ceux de l'expérience on trouve en calculant numériquement cette expression et en l'intégrant la forme et l'amplitude du courant attendu (figure 6.5). Le courant déduit de cette analyse est paramagnétique et de l'ordre de $0.1E_c/\Phi_0$. Le couplage spin-orbite va mener à une inversion du signe de l'effet précédent c'est-à-dire à un courant diamagnétique. Cette contribution pourrait donc en partie expliquer le diamagnétisme observé dans notre expérience sur les anneaux d'argent, bien que l'ordre de grandeur de

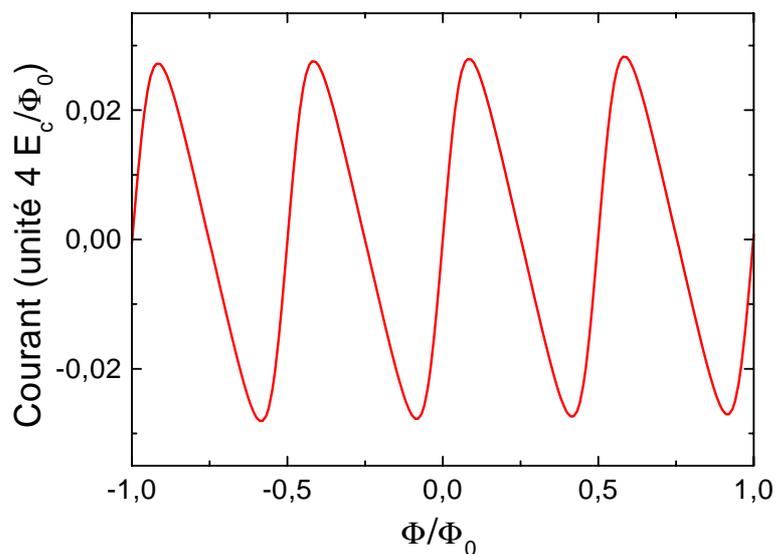


FIG. 6.5 – Courant calculé résultant de la prise en compte de la partie imaginaire de la conductance pour $\omega\tau_\Phi = 2$ et $L_\Phi/R = 10$.

l'effet soit plus petit d'un ordre de grandeur que la valeur mesurée. On notera que cet effet conduirait à un courant paramagnétique pour les anneaux GaAs, alors que nous avons mesuré dans ce cas également un courant diamagnétique. Cependant cette théorie ne s'applique sans doute pas aux anneaux GaAs, qui se placent dans une limite de spectre discret.

Chapitre 7

Effet Photovoltaïque

Comme nous l'avons vu dans les chapitres précédents une des explications possibles des mesures de courant permanent met en jeu les non-linéarités d'un système mésoscopique [9, 87, 88]. En effet, un tel système soumis à un flux magnétique haute fréquence, peut, à l'instar d'une diode, le redresser et donner lieu de ce fait à un signal DC. Dans le cas d'un ensemble d'anneaux non-connectés, c'est à dire dans le cadre d'une mesure du courant moyen, la signature de cet effet est un courant, qui, dans les mesures, ne peut pas être distingué d'un courant permanent.

A ce stade il est important d'insister sur le fait que cet effet est obtenu après une moyenne sur le désordre. Il se démarque en cela des effets de redressement dans des systèmes ne présentant pas de centre d'inversion. Un exemple de tels systèmes est un échantillon désordonné. Ce dernier soumis à un champ électromagnétique à haute fréquence pourra générer un courant DC. La cause de ce courant est le fait que les électrons n'ont pas la même probabilité de s'écouler dans une direction ou dans la direction opposée à cause de la présence de désordre. Au contraire les prédictions de Kravtsov *et al.* concernent une assemblée d'anneaux. La moyenne sur le désordre restaure alors l'existence d'un centre d'inversion si bien que le courant DC décrit précédemment se moyenne à zéro. La contribution qui demeure est reliée à la brisure de symétrie par inversion d'espace introduite par le flux magnétique Φ . Dans ces conditions, le signal attendu est un courant périodique en flux, avec une période correspondant à un demi quantum de flux dans la surface de l'anneau, et impair en champ magnétique. Cette symétrie bien déterminée découle des symétries du flux magnétique. En effet en toute généralité le courant DC généré I est relié au champ électrique haute fréquence \mathcal{E}_ω par :

$$I = \sigma^{(2)}(\omega, \Phi) \mathcal{E}_\omega^2 \quad (7.1)$$

Par inversion spatiale $I \rightarrow -I$, $\mathcal{E}_\omega \rightarrow -\mathcal{E}_\omega$ et $\Phi \rightarrow -\Phi$ si bien que $\sigma^{(2)}(\omega, \Phi) = -\sigma^{(2)}(\omega, -\Phi)$. On en déduit donc que I doit être impair en flux. Cette parité provient du fait que l'on considère un flux magnétique et non pas un champ magnétique \mathbf{B} , puisque dans une inversion d'espace $\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{B}$.

Un argument très simple permet de retrouver, au moins en partie, l'effet attendu pour des fréquences faibles. Soit en effet un anneau soumis d'une part à un flux magnétique DC

Φ_{DC} et, d'autre part, à un flux magnétique $\delta\Phi_\omega$ oscillant à la fréquence ω . Le courant qui circule dans l'anneau est alors, en notant $I(\Phi)$ le courant permanent moyen au travers de l'anneau en présence d'un flux Φ :

$$I(\Phi_{DC} + \delta\Phi_\omega) \approx I(\Phi_{DC}) + \frac{\partial I}{\partial \Phi} \delta\Phi_\omega + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 I}{\partial \Phi^2} \delta\Phi_\omega^2$$

Le dernier terme du développement possède une composante continue $\partial^2 I / \partial \Phi^2 \overline{\delta\Phi_\omega^2} / 2$, avec $\overline{\delta\Phi_\omega^2}$ la valeur moyenne du carré du flux magnétique oscillant. Comme le courant permanent moyen est impair en flux, il en est de même de cette composante continue. L'amplitude prévue à partir de cette analyse est de l'ordre de $e/\tau_D (\delta\Phi_\omega/\Phi_0)^2$. On notera toutefois que cette analyse simple, qui permet de rendre compte de la symétrie du courant moyen généré en présence d'un flux alternatif, n'est valable qu'à basse fréquence. En effet pour des fréquences de l'ordre du temps de cohérence de phase τ_Φ ou du temps de diffusion d'un électron au travers de l'échantillon τ_D , d'autres phénomènes entrent en jeu.

Les prédictions de Kravtsov *et al.* concernent un ensemble d'anneaux non-connectés. Un test possible de la théorie serait de mesurer les courants permanents en présence et en l'absence d'un champ hyperfréquence. Toutefois la mesure directe des courants permanent n'étant en soi pas une tâche aisée, notre tentative de réaliser cette expérience n'a pas été couronnée de succès. Nous nous sommes donc tournés vers des mesures sur des échantillons connectés. Nous avons considéré un anneau Aharonov-Bohm et une grille, correspondant à environ 500 anneaux juxtaposés, gravés dans une hétérojonction GaAs/AlGaAs (figure 7.1). En soumettant ces deux échantillons à un champ hyperfréquence et en mesurant la tension à leurs bornes *sans injecter de courant* on peut en principe mesurer également un phénomène de redressement. L'anneau constitue une réalisation particulière de désordre et ne présente donc pas de centre d'inversion. On s'attend donc à mesurer l'effet de redressement lié au désordre, c'est l'effet photovoltaïque (PV). Du fait de la géométrie annulaire des effets de type Aharonov-Bohm sont également susceptibles d'être présents. La grille, si elle est de taille suffisante, permet de réaliser une moyenne sur le désordre qui conduit donc à l'effet prévu par Kravtsov *et al.* à savoir un signal impair en flux magnétique et périodique de période $\Phi_0/2$.

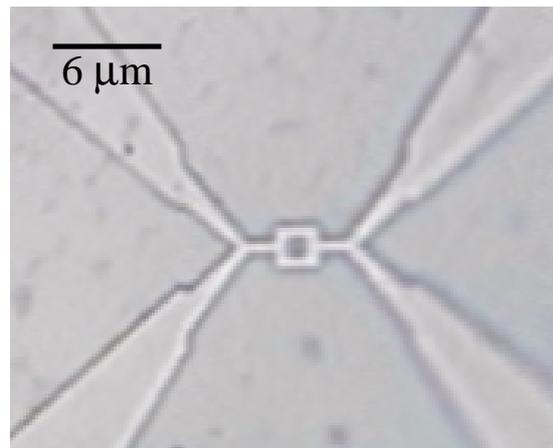
7.1 Effet PV sur un anneau Aharonov-Bohm

Sur le plan théorique, un effet PV à l'échelle mésoscopique a été prévu par Fal'ko et Khmel'nitskii [104] pour une microjonction diffusive et cohérente ($L \ll L_\Phi$) reliée à des contacts macroscopiques. Cet effet est lié à la redistribution anisotrope des électrons excités par le champ radiofréquence. Le nombre N de photons absorbés par unité de temps est donné par :

$$N = \frac{GL^2 \mathcal{E}_\omega}{\hbar\omega} \quad (7.2)$$

avec G la conductance de la jonction. Les électrons ainsi excités au dessus du niveau de Fermi vont diffuser vers les contacts en un temps caractéristique τ_D . En l'absence de

(a)



(b)

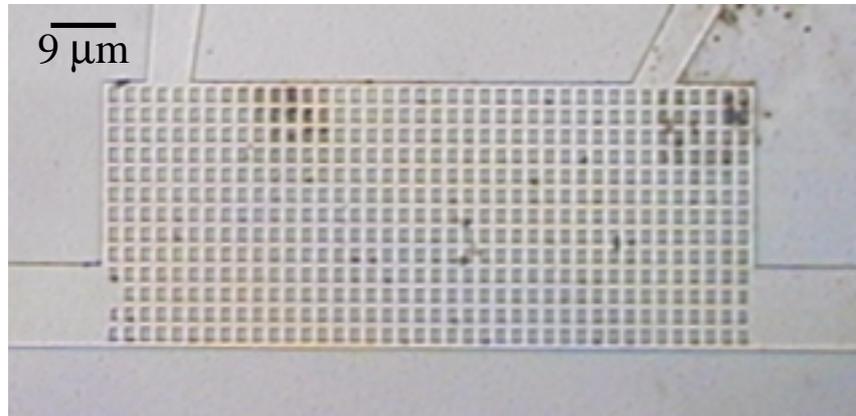


FIG. 7.1 – Images obtenues par microscopie optique de l'anneau (a) et de la grille (b), gravés dans une hétérojonction GaAs/AlGaAs, utilisés pour la mesure de l'effet photovoltaïque.

désordre le nombre d'électrons allant vers le contact de droite ou de gauche est le même d'où, en moyenne, un courant nul. Par contre en présence de désordre la probabilité pour qu'un électron diffuse vers la droite ou vers la gauche n'est plus la même : il y a alors existence d'un courant. Le degré d'asymétrie du système est estimé par le rapport entre l'amplitude des fluctuations de conductance e^2/h et la conductance du système G : $\alpha = e^2/(hG)$. On se place dans la limite haute fréquence $\omega\tau_D \gg 1$. Dans ce cas les électrons sont excités sur une gamme d'énergie $\hbar\omega$ autour du niveau de Fermi, qui est grande devant l'énergie caractéristique de corrélation électronique \hbar/τ_D . On doit donc sommer les $n = \omega\tau_D$ contributions incohérentes de signe variable à l'effet PV¹ ce qui conduit à :

$$I_{DC} \propto e\alpha \frac{N}{\sqrt{n}} = e\sqrt{\frac{\omega}{\tau_D}} \left(\frac{eL\mathcal{E}_\omega}{\hbar\omega} \right)^2 \quad (7.3)$$

Ce phénomène a été mesuré dans des microjonctions réalisées dans une hétérojonction GaAs/AlGaAs par Bykov *et al.* [105] ou sur des films métalliques par Giordano *et al.* [106]. Le cas de la géométrie annulaire n'a pas été traité sur le plan théorique pour le cas de l'effet PV. On peut escompter pour un anneau cohérent avoir en plus du signal précédemment calculé² un effet Aharonov-Bohm qui se manifeste par des oscillations de période correspondante à un quantum de flux Φ_0 dans la surface de l'anneau. Cet effet Aharonov-Bohm a été observé dans des anneaux réalisés dans un gaz bidimensionnel d'électrons par Bykov *et al.* [107] ainsi que dans des anneaux métalliques par Giordano *et al.* [108]. Nous avons effectué des mesures analogues sur un anneau gravé dans une hétérojonction GaAs/AlGaAs. Ce dernier est tel que $1/\tau_D = 6.75$ GHz.

7.1.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est schématisé sur la figure 7.2. L'anneau est soumis à un champ hyperfréquence grâce à un câble coaxial dont une extrémité est située à proximité de l'échantillon. Le couplage entre cette antenne et l'anneau n'ayant pas été optimisé il est fortement dépendant de la fréquence à laquelle on travaille. Cette caractéristique rend impossible toute comparaison quantitative sur l'amplitude de l'effet d'une fréquence à une autre. Le signal hyperfréquence est modulé en amplitude à une fréquence de 500 Hz, et la tension aux bornes de l'échantillon est amplifiée par un amplificateur bas bruit puis mesurée grâce à une détection synchrone travaillant à la fréquence de la modulation d'amplitude. Aucun courant n'est injecté dans l'échantillon. Ces expériences ont été faites à basse température ($T \approx 30$ mK).

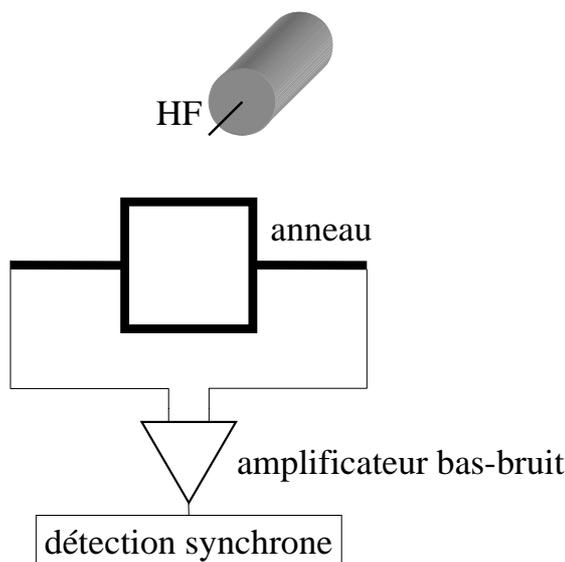


FIG. 7.2 – Schéma du dispositif expérimental utilisé pour mesurer l'effet PV sur un anneau Aharonov-Bohm

7.1.2 Résultats

Le signal typique que l'on obtient est montré sur la figure 7.3. Il est constitué de deux composantes clairement identifiables, d'une part une composante aperiodique dont l'amplitude, qui fluctue avec le champ magnétique DC appliqué, est de l'ordre de 400 nV et, d'autre part, une composante oscillante elle aussi modulée en champ. Cette dernière est la signature de l'effet Aharonov-Bohm sur l'effet PV. L'amplitude des oscillations observées est presque 100 fois plus importante que dans le cas d'anneaux métalliques [108]. Cette différence est due à la valeur de la résistance de nos échantillons, de l'ordre de 2 k Ω , à comparer à quelques dizaines d'ohms pour des échantillons métalliques. En effet la tension DC mesurée est déterminée par le produit de la résistance de l'échantillon par le courant DC généré. La composante oscillante apparaît nettement sur la transformée de Fourier du signal (figure 7.4). Elle présente un pic de Fourier à fréquence nulle, correspondant à la composante aperiodique, ainsi qu'une composante de Fourier qui est compatible avec un quantum de flux dans l'anneau. L'harmonique à $\Phi_0/2$ est également présente.

On peut remarquer que l'effet PV ne présente aucune symétrie particulière en champ magnétique au contraire des mesures de conductance à deux fils qui sont paires en champ. Dans le second cas la parité est imposée par les relations d'Onsager. Par contre dans

1. Ce raisonnement simple n'est valable que si l'on peut négliger l'absorption multiple de photon. La condition de validité de cette approximation est : $e\mathcal{E}_\omega L/\hbar\omega \ll 1$

2. Ce signal, qui est donc dû à l'effet PV dans le fil constituant l'anneau, a un comportement aperiodique en fonction du flux magnétique

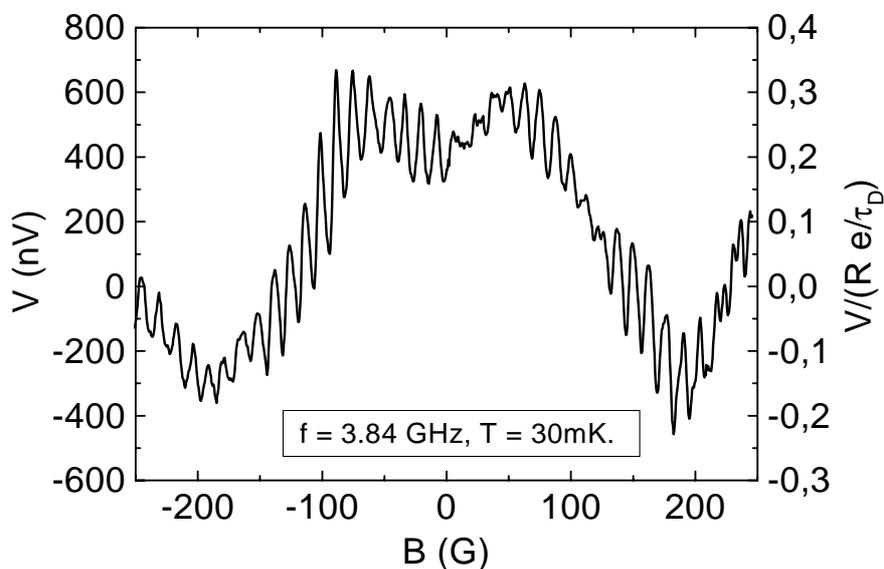


FIG. 7.3 – Effet PV sur un anneau Aharonov-Bohm à 3.84 GHz et 30 mK. L'axe de droite donne la valeur de l'effet PV en unité de $R e / \tau_D$, R étant la résistance de l'échantillon qui est de 2 k Ω .

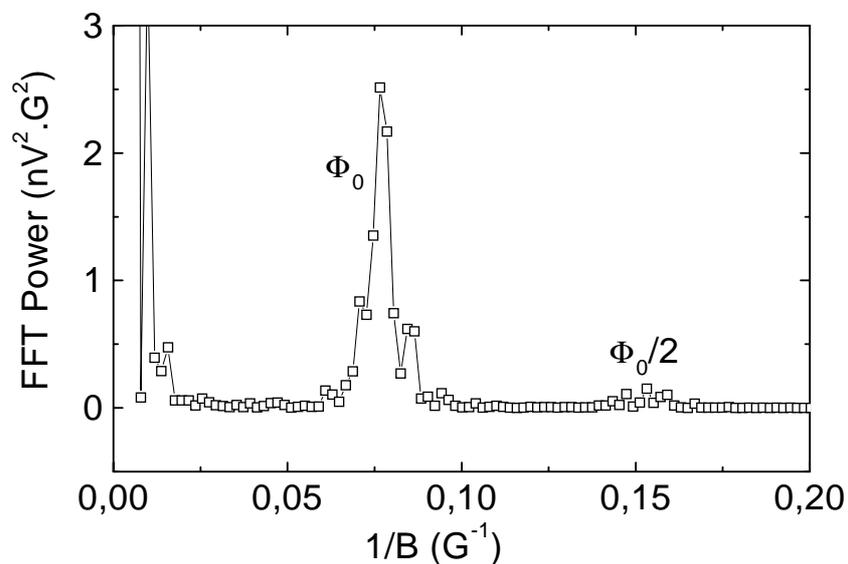


FIG. 7.4 – Transformée de Fourier de l'effet PV sur un anneau Aharonov-Bohm à 3.84 GHz et 30 mK.

le cas de l'effet PV, qui est, rappelons-le, un effet non-linéaire, il n'existe pas de telles relations et aucune parité n'est attendue bien que la mesure soit aussi deux fils. Cette absence de symétrie a été signalée sur le plan théorique par Shutenko *et al.* [109] dans le régime basse fréquence et Vavilov *et al.* [110] pour l'effet photovoltaïque. Ce résultat est toutefois en contradiction avec la parité observée par Marcus *et al.* [111] dans des mesures à basse fréquence sur une boîte quantique. L'absence de symétrie dans notre cas est notable lorsqu'on compare l'effet PV sur l'anneau à bas champ pour diverses valeurs de la fréquence (figure 7.7).

L'effet photovoltaïque que nous mesurons étant lié à la cohérence de phase, il doit croître avec L_Φ et donc décroître avec la température. C'est ce que nous observons (figure 7.5) et ce pour toutes les composantes, apériodique et périodiques, du signal. Le comportement en température est compatible avec une décroissance exponentielle de température caractéristique 140 mK, ce qui est en contradiction avec la dépendance mesurée par Giordano *et al.* En effet ces derniers, qui travaillent à $T > 1.4$ K, trouvent une dépendance pour les parties apériodique et périodique en accord avec une loi du type loi de puissance (en T^{-1}). Il est à noter toutefois que, pour nos mesures, l'accord avec le comportement exponentiel est moins bon à très basse température ($T < 100$ mK), traduisant sans doute le fait que le gaz électronique est chauffé par la radiofréquence et se trouve de ce fait à une température plus importante que celle imposée par le réfrigérateur à dilution.

Nous avons également mesuré la dépendance de l'effet PV vis-à-vis de l'amplitude du champ électrique. Du fait de notre dispositif ce champ n'est pas connu de manière absolue. Par contre à fréquence fixe nous pouvons donner un comportement par rapport à la valeur relative de ce champ (figure 7.6). On a d'abord une augmentation du signal avec la puissance injectée, qui est qualitativement compatible avec l'effet escompté au vu de la formule 7.3. Puis à haute puissance le signal décroît. Nous attribuons cette décroissance au fait que le rayonnement haute fréquence chauffe les électrons et conduit donc à une réduction de l'effet observé. Cet échauffement est corroboré par des mesures de conductance à différentes puissances de rayonnement hyperfréquence. Notons que cet effet pourrait être également dû en partie au déphasage introduit par la radiofréquence, qui conduirait à une diminution de L_Φ . Ce comportement est assez différent de celui vu dans les expériences sur les anneaux métalliques [108] pour lesquels la composante apériodique présentait une croissance continue avec la puissance.

Sur la gamme de fréquence sur laquelle nous avons travaillé, l'amplitude des composantes à Φ_0 et $\Phi_0/2$ ramenée à celle de la composante apériodique ne semble pas montrer de dépendance en fréquence marquée (partie basse de la figure 7.7). Rappelons que, à cause de notre montage expérimental, il ne nous est pas possible de comparer directement les amplitudes des différentes composantes du signal à différentes fréquences d'où la méthode adoptée ici, qui consiste à mesurer l'amplitude, à chaque fréquence, des composantes du signal par rapport à l'amplitude de la composante apériodique.

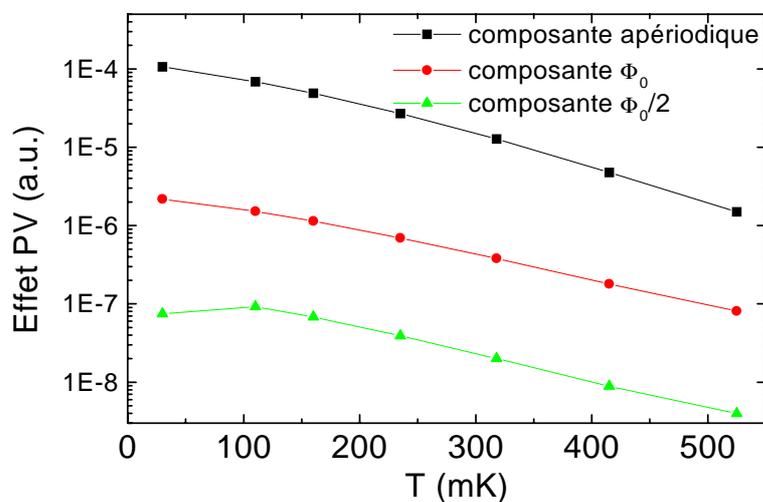


FIG. 7.5 – Dépendance en température de l'effet PV d'un anneau à 3.84 GHz. Les composantes périodiques et apériodiques (exceptée la composante en $\phi_0/2$ à basse température) du signal présentent une décroissance exponentielle de température caractéristique de l'ordre de 140 mK. A très basse température, pour $T < 100$ mK l'accord avec le comportement exponentiel est moins bon.

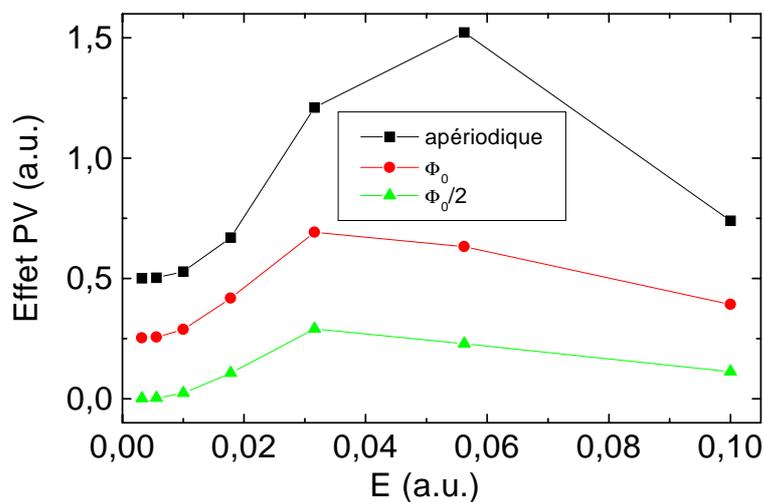


FIG. 7.6 – Dépendance de l'effet PV par rapport à l'amplitude du champ radiofréquence à 3.84 GHz. Les courbes sont décalées pour plus de clarté.

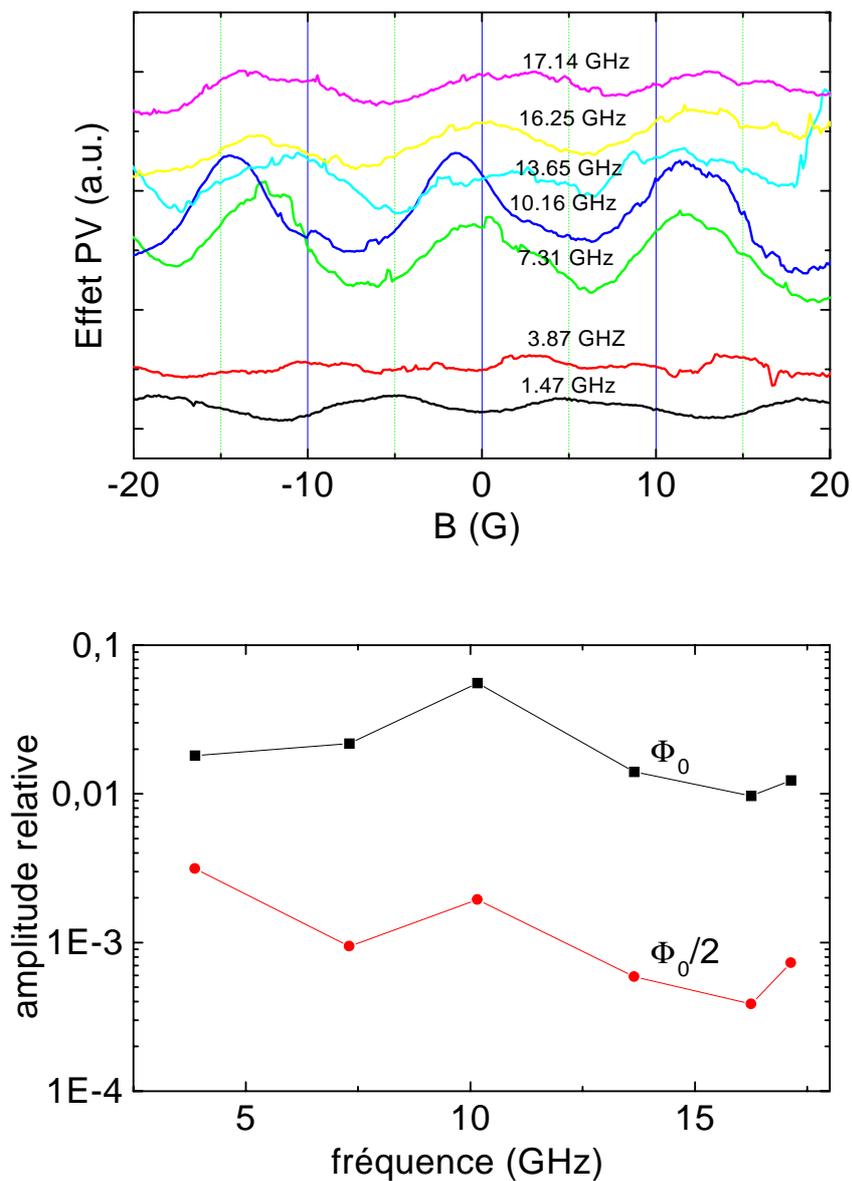


FIG. 7.7 – Haut : effet PV sur un anneau à différentes valeurs de la fréquence. Bas : Amplitude des composantes à Φ_0 et $\Phi_0/2$ de l'effet PV, mesurée relativement à celle de la composante aperiodique, pour différentes fréquences.

7.2 Effet photovoltaïque sur une grille

Dans le cas d'une grille, on réalise une mesure après une moyenne sur le désordre. Si la grille est suffisamment grande, c'est à dire si le nombre d'anneaux qui la constituent est assez important, la composante à Φ_0 se moyenne à zéro et l'on espère ainsi être sensible à la composante à $\Phi_0/2$ qui pourrait être reliée aux prédictions de Kravtsov *et al.* L'expérience met en jeu exactement le même montage que pour l'anneau. Un effet PV est mesurable bien qu'il soit beaucoup plus faible que dans le cas de l'anneau (figure 7.8). On trouve un signal dont l'amplitude est dans la gamme de la dizaine de nV, qui est compatible avec l'amplitude de la composante apériodique mesurée sur l'anneau compte tenu d'une moyenne sur 500 réalisations de désordre. Par contre il ne semble pas y avoir de périodicité bien définie. Néanmoins, utilisant le fait que le signal que nous cherchons est impair en champ, nous décomposons le signal précédent en sa partie paire et sa partie impaire (figure 7.9). Pour l'ensemble des fréquences auxquelles nous avons effectué des mesures la partie impaire exhibe une composante périodique dont la période est compatible avec un demi quantum de flux dans une cellule de la grille comme le montre la transformée de Fourier de cette composante (figure 7.10). La partie paire présente également une telle composante mais celle ci se superpose à la composante de la transformée de Fourier liée au comportement apériodique du signal paire, ce qui rend difficile son évaluation précise (figure 7.11). La composante impaire en champ magnétique de l'effet PV sur la grille semble donc montrer un signal à $\Phi_0/2$ à toutes les fréquences étudiées. On remarquera de plus que, sur la partie impaire, on ne trouve pas de trace d'un signal correspondant à un quantum de flux Φ_0 dans la surface de l'anneau, alors que ce signal est présent sur la partie paire. Pour comparaison nous avons fait la même analyse sur l'effet PV de l'anneau (figure 7.12). Dans ce cas la partie impaire du signal présente une composante à Φ_0 et une composante à $\Phi_0/2$. Ces résultats semblent aller dans le sens de l'existence d'un effet PV moyen impair en champ. Toutefois pour s'assurer que ce signal n'est pas simplement dû à une mauvaise moyenne de l'effet PV d'un anneau, nous avons comparé l'amplitude du signal impaire à $\Phi_0/2$ de l'anneau et de la grille. Pour ce faire on ne peut pas simplement comparer directement les amplitudes de ces composantes extraites des signaux mesurés car, comme nous l'avons déjà signalé, du fait de notre montage expérimental le couplage entre le rayonnement haute fréquence et les échantillons n'est pas le même suivant la fréquence ni sans doute non plus suivant l'échantillon considéré. Pour s'affranchir de cette difficulté nous avons calculé le rapport entre la composante impaire à $\Phi_0/2$, obtenue en calculant numériquement l'aire du pic correspondant sur la transformée de Fourier, et une quantité donnant l'ordre de grandeur de l'effet PV, à savoir l'amplitude du signal apériodique, obtenue en calculant l'aire du pic basse fréquence sur la partie paire du signal. On obtient ainsi une quantité qui nous donne l'amplitude relative de la composante impaire à $\Phi_0/2$. Cette quantité pour la grille et l'anneau est montrée sur la figure 7.13. La composante impaire à $\Phi_0/2$ sur la grille est systématiquement plus grande que celle de l'anneau. Cela semble être particulièrement le cas à haute fréquence bien que le nombre de points expérimentaux dans ce domaine soit assez réduit pour la grille.

Cette analyse semble donc aller dans le sens de l'existence d'un effet PV moyen qui soit

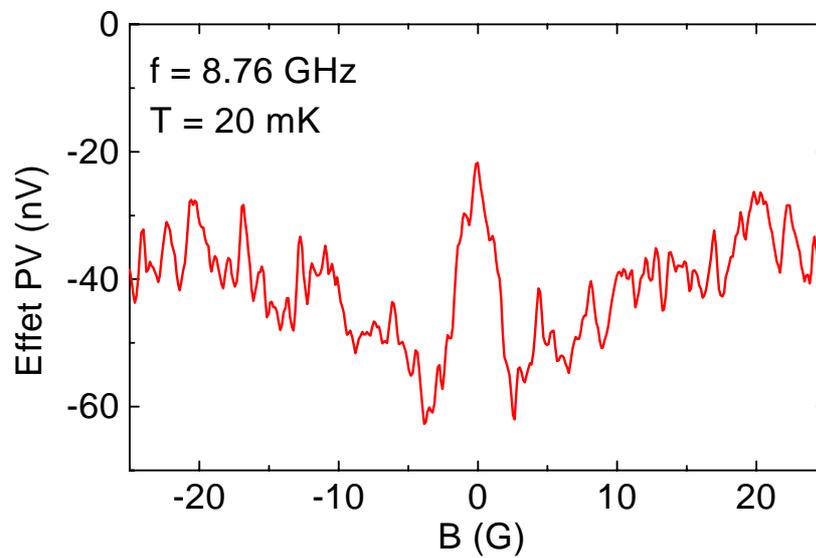


FIG. 7.8 – Effet PV sur une grille à 20 mK et 8.76 GHz.

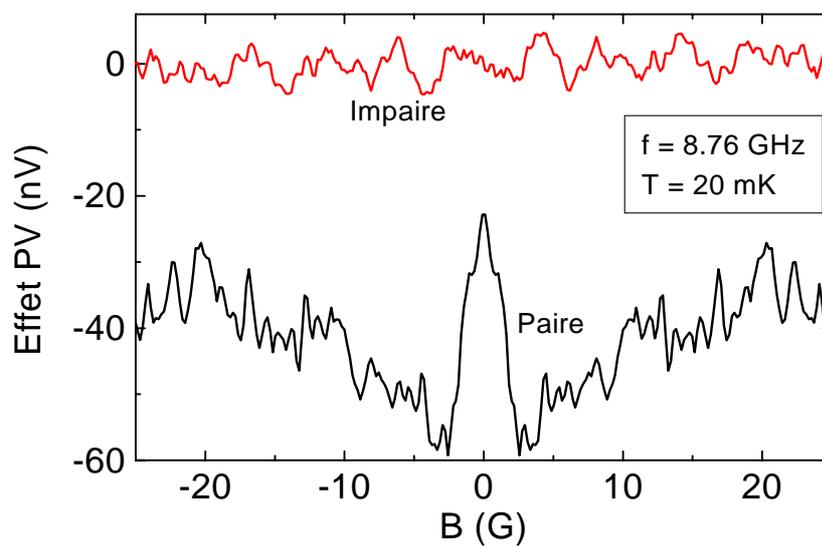


FIG. 7.9 – Décomposition de l'effet PV sur une grille à 20 mK et 8.76 GHz en sa partie paire et sa partie impaire en champ.

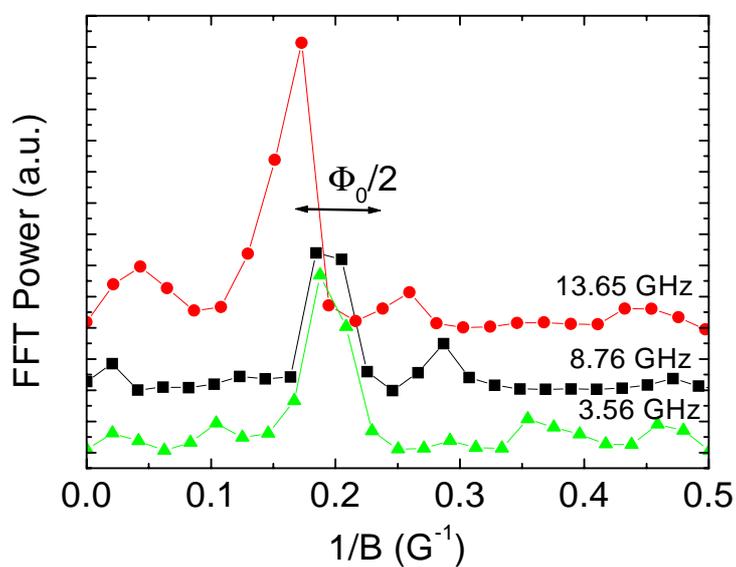


FIG. 7.10 – Transformée de Fourier de la partie impaire de l'effet PV sur la grille à 20 mK (la transformée de Fourier est faite sur une plage de champ allant de -15 à 15 G). Les courbes sont décalées pour plus de clarté.

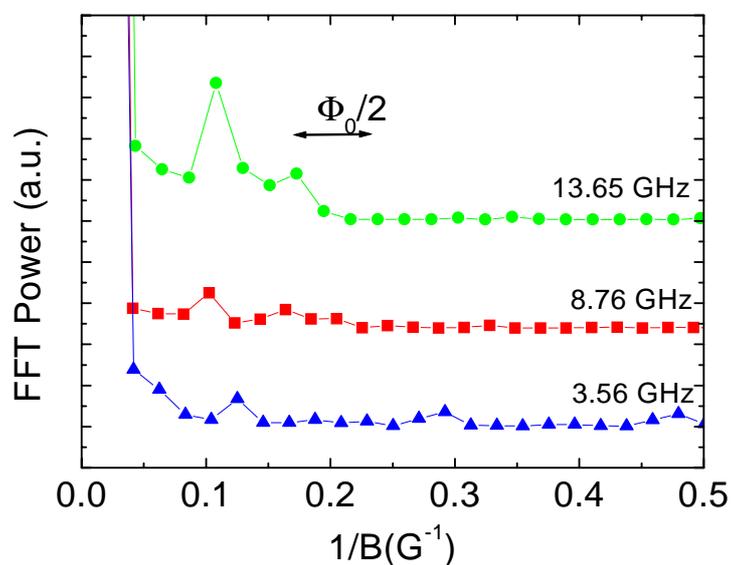


FIG. 7.11 – Transformée de Fourier de la composante paire de l'effet PV sur la grille. Les courbes sont décalées pour plus de clarté.

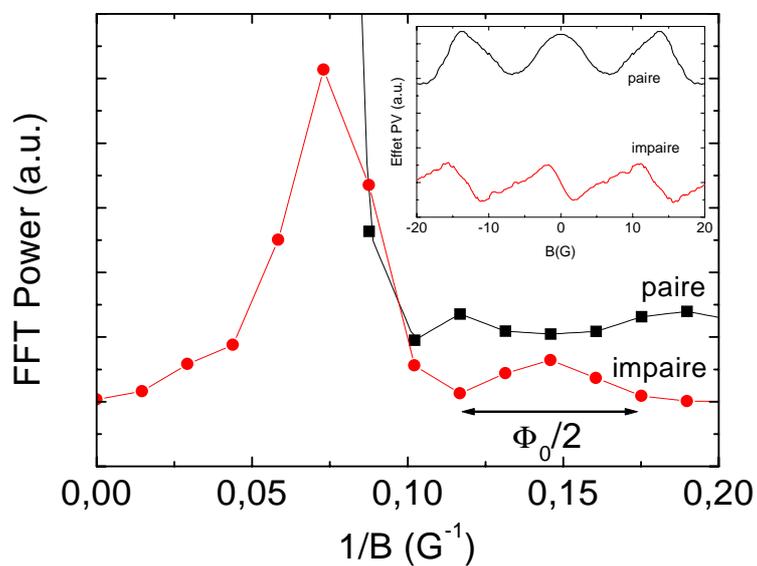


FIG. 7.12 – Transformée de Fourier de l'effet PV sur l'anneau à 10.16 GHz.

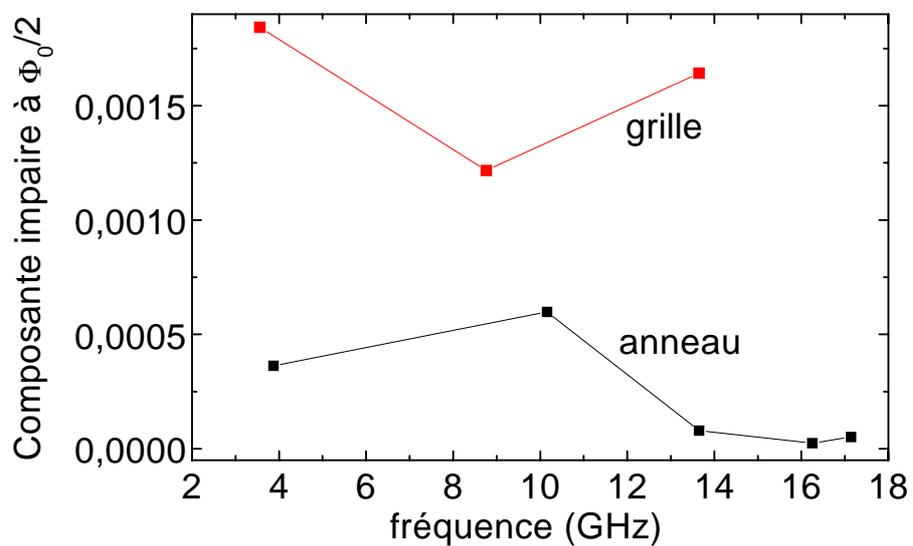


FIG. 7.13 – Rapport de la composante à $\Phi_0/2$ de la partie impaire et de la partie paire de l'effet PV sur la grille et sur l'anneau.

impair en champ magnétique, qui serait donc la signature d'un effet non linéaire moyenné sur le désordre tel que prévu par les travaux de Kravtsov. On peut à ce niveau faire quelques remarques. D'une part la théorie de Kravtsov *et al.* prédit un tel effet lorsque la symétrie d'inversion d'espace est brisée uniquement par le flux magnétique. Or le simple fait d'avoir connecté la grille, de part la présence des contacts, brise également cette symétrie rendant sans doute invalides les prédictions théoriques. D'autre part la géométrie d'une grille impose un carte des courants particulière, comme l'ont montré M. Pascaud et G. Montambaux pour une grille non connectée [112]. De ce fait suivant la position des fils sur les bords de la grille et ses éventuelles asymétries on peut avoir des tensions très différentes et en particulier un signe variable. Enfin la relation entre la mesure que nous avons réalisée sur des échantillons connectés et les courants DC dans des anneaux isolés, tels que prévus par Kravtsov et Altshuler, n'est pas immédiate. Elle mériterait d'être approfondie sur le plan théorique. L'extrapolation à basse fréquence d'une telle relation pose le problème conceptuel de la mesure des courants permanents, quantité reliée intrinsèquement à la géométrie d'anneaux non-connectés, par une mesure de tension.

Chapitre 8

Conclusions et perspectives

Nous nous sommes intéressés dans cette partie de la thèse à la mesure de la signature de la cohérence quantique sur la réponse électriques et magnétiques d'anneaux mésoscopiques non connectés. Nous avons pu mettre en évidence l'existence d'une telle signature sur les deux types de réponse.

Sur des anneaux gravés dans une hétérojonction GaAs/AlGaAs l'écrantage électrique présente une dépendance en flux correspondant à une magnétopolarisabilité positive, dont le signe et l'amplitude sont en accord avec l'effet prévu sur des anneaux isolés à fréquence finie. La réponse magnétique orbitale des mêmes anneaux est compatible avec l'existence de courants permanents *diamagnétiques* de l'ordre de quelques dixièmes de nanoampères. La comparaison de ces deux réponses montre que pour ces anneaux gravés l'amplitude du signal électrique est plus grande d'un ordre de grandeur que le signal magnétique. Aussi le signal mesuré par Reulet *et al.* [57] avec une ligne bifilaire, qui mélange les deux types de réponse, était-il essentiellement d'origine électrique.

Nous avons pu également mesurer la réponse magnétique orbitale d'anneaux d'argent. La réponse trouvée conduit à un courant dont le signe et l'amplitude sont tout à fait analogues à ceux trouvés dans les anneaux GaAs alors que les anneaux GaAs et les anneaux d'argent se placent dans des limites très différentes. Le signe diamagnétique qui est trouvé dans les deux cas est en contradiction avec les prédictions théoriques pour des électrons sans interaction ou avec interaction, sauf à supposer des interactions attractives. De plus le fait que l'on trouve le même signe pour un système avec un fort couplage spin-orbite, les anneaux en argent, et pour un système où ce couplage est négligeable va à l'encontre des récentes prédictions de Kravtsov *et al.* expliquant les courants mesurés expérimentalement par le redressement d'un bruit électromagnétique par les anneaux. Ces prédictions prévoient en effet une inversion de signe en présence de couplage spin-orbite. Il faut bien noter toutefois que toute l'analyse faite précédemment est basée sur des résultats établis à fréquence nulle. Or toutes nos mesures sont faites à fréquence finie. Le fait que le régime de fréquence soit très différent pour les anneaux GaAs et les anneaux d'argent pourrait d'ailleurs expliquer en partie les réponses très similaires que nous mesurons alors que les résultats attendus devraient être fort différents.

L'étude détaillée de l'effet de la fréquence sur la réponse électrique et la réponse ma-

gnétiques est une prolongation naturelle des travaux de cette thèse. Nous avons vu en effet que la fréquence jouait un rôle crucial pour l'observation de la magnétopolarisabilité. En particulier il pourrait être très intéressant d'étudier cet effet à des fréquences plus élevées que celles utilisées jusqu'à présent pour tester les prédictions de Blanter et Mirlin [60]. Une étude à plus basse fréquence serait également la bienvenue pour mettre en évidence dans une géométrie bien choisie d'éventuels effets liés aux réseaux [61].

En ce qui concerne le magnétisme orbital une étude possible, qui prolongerait nos mesures d'effet photovoltaïque sur des systèmes connectés, serait la mise en évidence d'effets non-linéaires sur des anneaux isolés. Ces expériences sont particulièrement difficiles à réaliser car elles nécessitent de pouvoir mesurer finement les courants portés par ces anneaux non-connectés. Or nous avons vu que, avec le dispositif expérimental utilisé au cours de cette thèse, on se place pratiquement à la limite de détection du système de mesure. Il conviendrait donc de s'orienter vers d'autres types de mesure, telles que des mesures au SQUID.

Sur le plan théorique l'effet de la température sur la magnétopolarisabilité n'a pas été étudiée. En particulier il serait intéressant de savoir si cette dépendance est déterminée par une échelle d'énergie telle que E_c , comme c'est le cas pour le courant permanent moyen, ou bien si elle peut être attribuée entièrement à la longueur de cohérence de phase L_ϕ . En ce qui concerne la réponse magnétique orbitale l'influence de la fréquence sur la réponse magnétique moyenne d'un anneau, en particulier en prenant en compte les interactions, serait d'une aide précieuse pour l'analyse de nos résultats.

Deuxième partie

Supraconductivité induite dans les nanotubes de carbone

Chapitre 1

Les nanotubes de carbone

1.1 Introduction

Les nanotubes de carbone, découverts par Iijima en 1991 [113], ont depuis suscité beaucoup d'intérêt tant sur le plan de la physique fondamentale que des applications du fait de leur caractéristiques électriques et mécaniques uniques.

1.1.1 Description des nanotubes monoparois

Les nanotubes de carbone monoparois peuvent être vus comme des feuilles de graphène enroulées sur elles-mêmes et fermées aux deux bouts. Le graphène correspond à un plan unique de la structure du graphite. Dans ce système les atomes de carbone sont organisés selon un réseau hexagonal. Suivant la direction de repliement par rapport aux vecteurs de bases du réseau du graphène on obtient différents types de nanotubes : on parle alors de différentes hélicités.

Considérons une feuille de graphène (figure 1.1). Le choix du «ruban» qui constituera le nanotube (indiquée en trait noir sur le schéma) détermine un vecteur \mathbf{C}_h , normal à la direction du tube. Ce vecteur peut être décomposé sur la base de vecteurs $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2)$ du réseau :

$$\mathbf{C}_h = n\mathbf{a}_1 + m\mathbf{a}_2 \quad (1.1)$$

Le couple d'entiers (n, m) permet de classer les nanotubes. Il est à noter que cette classification peut donner des noms différents à des tubes équivalents (par exemple $(0, 9)$ et $(9, 0)$). La donnée de (n, m) détermine les caractéristiques du nanotube : diamètre, angle d'hélicité (θ sur la figure 1.1)¹, vecteur de base du nanotube (\mathbf{T}). Les tubes d'angle d'hélicité $\theta = 0^\circ$ sont nommés tubes zigzag et correspondent à un couple d'entiers de la forme $(n, 0)$. Lorsque $\theta = 30^\circ$ on a des tubes armchair (notés (n, n)). Les autres types de tubes sont dits hélicoïdaux. Ces désignations trouvent leur origine dans l'organisation radiale des atomes de carbone du nanotube (figure 1.2). Nous verrons par la suite que cette hélicité a une grande influence sur les propriétés de transport électrique des nanotubes.

1. Du fait de la symétrie du réseau hexagonal les angles d'hélicité 0° et 60° sont équivalents.

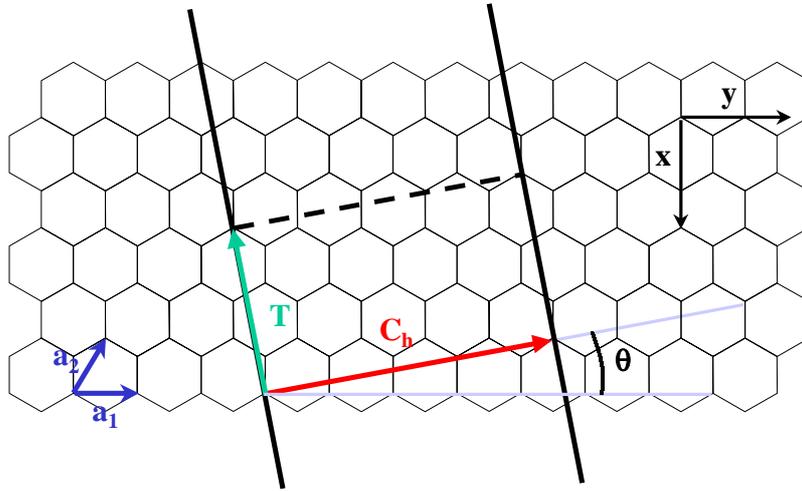


FIG. 1.1 – Feuille de graphène. Par enroulement de la bande délimitée par les deux traits noirs parallèles on obtient un nanotube de carbone (4,1).

Le diamètre d'un nanotube dépend du couple (n,m) qui le caractérise. Ainsi pour un tube zigzag (9,0) ce diamètre est 0.715 nm alors qu'il vaut 0.688 nm pour un tube armchair (5,5). Le diamètre typique des nanotubes que nous avons étudiés est d'environ 1 nm. La longueur des nanotubes peut être de l'ordre du micromètre. On voit donc que le rapport d'aspect, défini comme le rapport longueur/largeur, de ces structures est supérieur à 10^3 .

1.1.2 Différentes formes de nanotubes de carbone

Nous nous sommes attachés jusqu'à présent à la description des nanotubes de carbone monoparois. C'est rarement la forme sous laquelle on les obtient à l'issue de leur fabrication. On peut avoir des tubes dans lesquels des tubes monoparois sont assemblés en fagots : on a ainsi une corde de nanotubes. Les tubes s'organisent dans celle-ci suivant un réseau hexagonal. La répartition des hélicités y est aléatoire. La distance inter-tube est de l'ordre de 4 Å. Une autre forme de nanotube est le nanotube multiparois, constitué de tubes monoparois concentriques de rayon croissant. Ces différents types de nanotubes sont illustrés sur la figure 1.3.

1.1.3 Méthodes de fabrication

Il existe essentiellement trois méthodes de fabrications des nanotubes de carbone.

– la méthode de l'arc électrique. Les nanotubes sont obtenus après avoir réalisé une

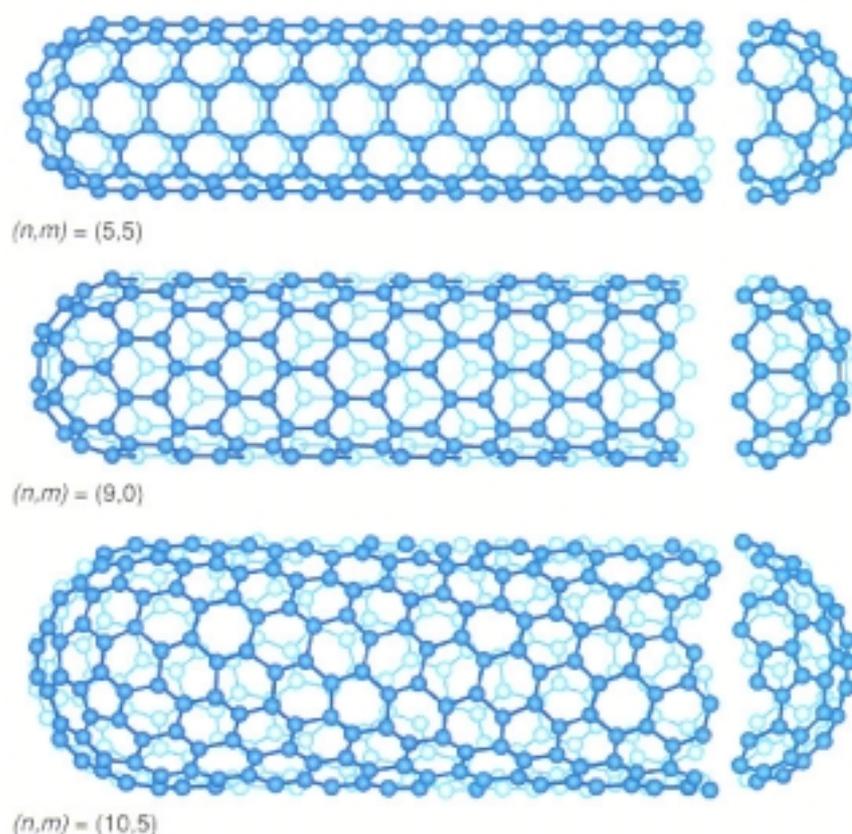


FIG. 1.2 – Différents types de nanotubes monoparois : tube armchair (5,5), tube zigzag (9,0), hélicité quelconque (10,5). On notera l'organisation transverse des atomes de carbone pour les deux premiers tubes qui est à l'origine du nom qui leur est attribué.

décharge électrique entre des électrodes de graphite. Cette méthode ne permettait initialement que de réaliser des tubes multiparois. A partir de 1993 des tubes monoparois ont pu être synthétisés par adjonction dans les électrodes de graphite de métaux finement divisés tels que le cobalt ou le nickel. Dans cette méthode le diamètre est contrôlé mais pas l'hélicité.

- la méthode utilisant la vaporisation du graphite sous l'action d'un laser intense en présence de catalyseur. Les atomes de carbone se recombinaient alors sous forme de nanotubes. Cette technique développée par l'équipe de Smalley [114] permet d'obtenir essentiellement des tubes monoparois dont le diamètre est contrôlé par la température à laquelle s'effectue la synthèse.
- la méthode CVD (chemical vapor deposition). Un substrat sur lequel est déposé un catalyseur est mis en contact à haute température (600 °C) avec un gaz tel que le méthane. Des nanotubes vont alors croître à partir des points où se trouve le catalyseur. On a donc dans ce cas une croissance contrôlée. Cette technique a été

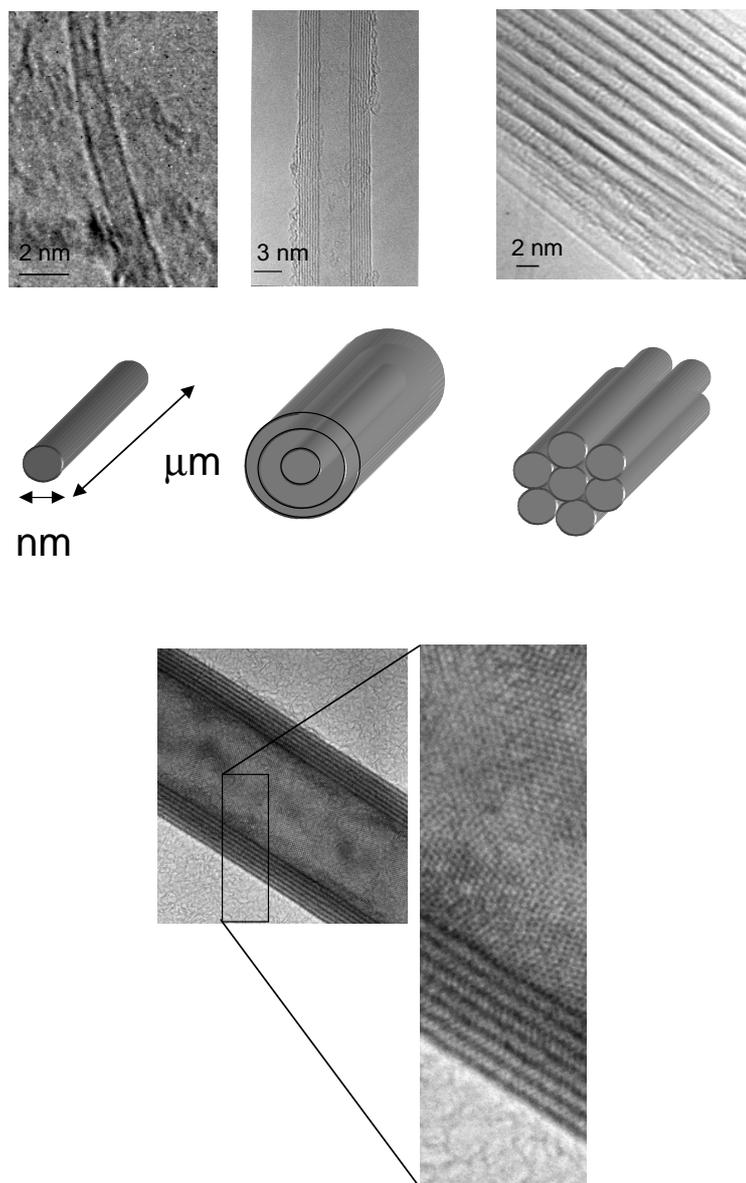


FIG. 1.3 – *Partie haute* : Schémas et images obtenues par microscopie électronique en transmission de différents types de nanotubes de carbone avec de gauche à droite un tube monoparoi individuel, un tube multiparoi et une corde de nanotubes. L'image du bas est obtenue par microscopie électronique en transmission sur un nanotube multiparoi WS_2 dont la structure est similaire à celle d'un nanotube de carbone. On distingue en particulier la structure hexagonale du réseau. La plupart des images de cette figure obtenues par microscopie électronique en transmission ont été réalisées par M. Kociak.

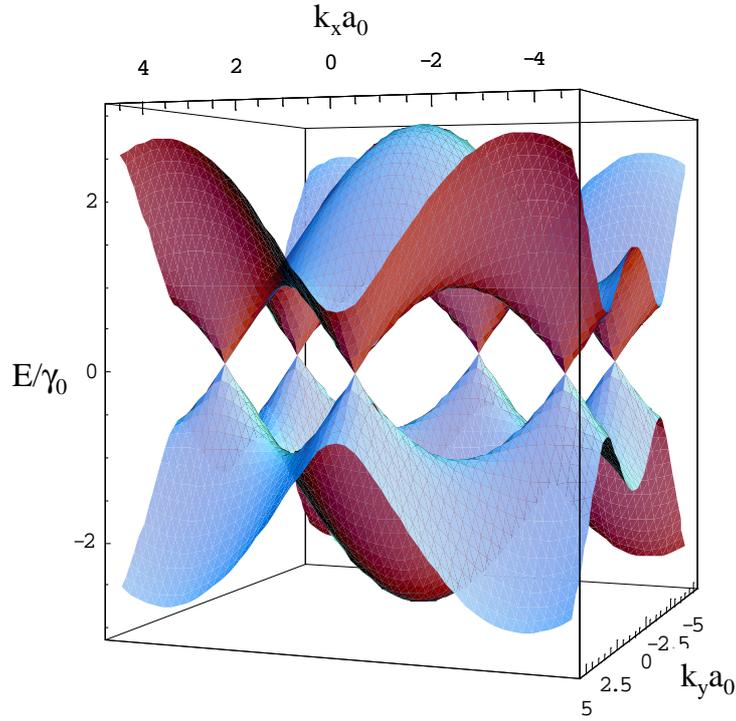


FIG. 1.4 – Relation de dispersion du graphène. A demi remplissage il n'y a que six points au niveau de Fermi. Ces points sont appelés points *K*.

décrite en autres par Soh *et al.* [115]

1.2 Transport électronique dans les nanotubes

Nous avons présenté précédemment les structures possibles d'un nanotube de carbone. Nous allons à présent discuter comment cette structure, et en particulier l'hélicité, conditionne les propriétés de transport électronique d'un tube.

1.2.1 Relation de dispersion d'un nanotube monoparoi

On peut prévoir, dans un modèle très simple, la relation de dispersion d'un nanotube monoparoi à partir de celle d'une feuille de graphène. Cette relation, telle que donnée par un modèle de liaisons fortes pour les électrons des orbitales π du graphène, s'écrit :

$$E^\pm(k_x, k_y) = \pm\gamma_0 \sqrt{1 + 4 \cos \frac{\sqrt{3}k_x a_0}{2} \cos \frac{k_y a_0}{2} + 4 \left(\cos \frac{k_y a_0}{2} \right)^2} \quad (1.2)$$

avec γ_0 l'intégrale de saut entre atomes de carbone voisins, $a_0 = 0.246$ nm la taille du pas du réseau pour le graphène. Les notations x et y sont relatives aux axes de la figure 1.1. Cette relation de dispersion est représentée sur la figure 1.4. Une caractéristique tout à fait particulière du graphène est, qu'à demi-remplissage, il y a uniquement six points où le gap s'annule au niveau de Fermi. Le graphène est donc un semi-métal. On peut déjà voir à ce stade que les conditions aux limites introduites du fait de l'enroulement de la feuille de graphène pour former un nanotube vont amener des propriétés électroniques très différentes suivant que l'on va croiser ou pas un de ces six points à la surface de Fermi. Ces six points très particuliers de la relation de dispersion du graphène sont appelés points K .

Considérons d'abord le cas d'un tube armchair (n,n) . Dans ce cas le vecteur \mathbf{C}_h qui détermine la manière dont se fait le repliement de la feuille de graphène n'a de composante non nulle que suivant l'axe x . Pour assurer des conditions aux limites périodiques pour les fonctions d'onde électroniques selon cette direction on doit satisfaire :

$$k_x = \frac{2\pi q}{n\sqrt{3}a_0}$$

avec q un entier. La 1ère zone de Brillouin du nanotube correspond alors à l'intervalle $]-\pi/a_0, \pi/a_0]$. Ce cas correspond à la partie (a) de la figure 1.5. On voit que la relation de dispersion du tube armchair correspond à un tube métallique. A demi-remplissage on trouve 2 points doublement dégénérés au niveau de Fermi. Le nombre de modes transverses au niveau de Fermi est de deux soit, compte tenu du spin, quatre canaux de conduction. La résistance minimum d'un tel tube est donc $h/(4e^2) \approx 6.5$ k Ω .

Pour le cas du tube zigzag $(n,0)$ on peut avoir deux cas en fonction de la valeur de n . La direction du nanotube est, en référence à la figure 1.1, selon l'axe x . La condition de quantification selon l'axe y est :

$$k_y = \frac{2\pi q}{na_0}$$

avec q un entier. Dans la première zone de Brillouin le vecteur d'onde \mathbf{k} appartient à l'intervalle $]-\pi/(\sqrt{3}a_0), \pi/(\sqrt{3}a_0)]$. Pour certains tubes (par exemple $(6,0)$) la condition de quantification selon y impose qu'une des branches de dispersion inclue le point K . On a alors à demi-remplissage un point doublement dégénéré au niveau de Fermi, qui correspond à $k = 0$. C'est la situation illustrée par la figure 1.5 (b). Au contraire pour d'autres valeurs de n le point K n'est jamais croisé : on trouve alors des tubes dont la relation de dispersion présente une bande interdite, ce sont des tubes semi-conducteurs (figure 1.5). La valeur de la bande interdite est de l'ordre de plusieurs centaines de meV. Cette valeur a été confirmée par les expériences de microscopie tunnel de Wildoer *et al.* [116] et Odom *et al.* [117].

Pour les nanotubes d'hélicité quelconque on peut trouver de la même façon soit un comportement métallique soit semiconducteur. La condition d'obtention d'un tube métallique est $2n + m = 3q$, avec $q \in \mathbb{N}$ [118].

L'analyse faite précédemment ne tient pas compte des phénomènes de courbure introduits par le repliement de la feuille de graphène. Cette courbure, même si elle ne modifie pas de manière importante l'hybridation des atomes de carbone [119], induit une modification de la relation de dispersion des nanotubes car elle conduit à un allongement des

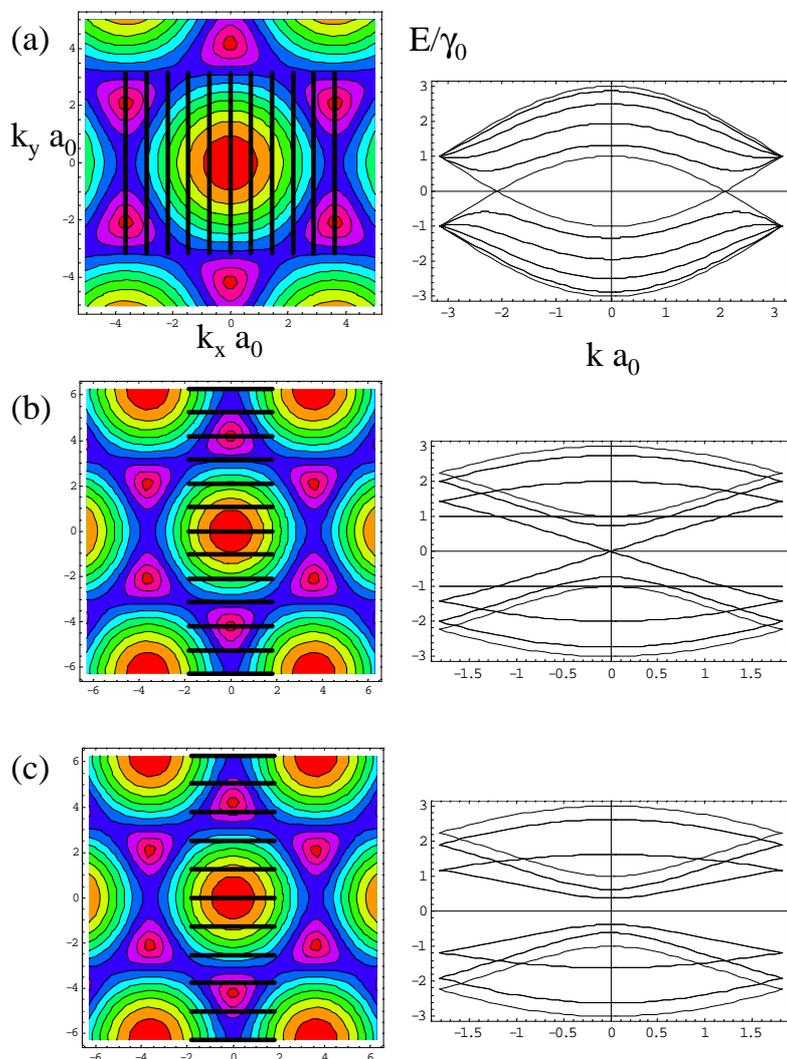


FIG. 1.5 – Relation de dispersion d'un nanotube de carbone monoparoï en fonction de son hélicité. Les figures de gauche représentent la relation de dispersion d'une feuille de graphène sur laquelle sont figurées par les traits noirs les valeurs du vecteur d'onde transverse imposées par les conditions aux limites. Les figures de droite montrent les relations de dispersion qui s'en déduisent. (a) cas d'un tube armchair (5,5). (b) cas d'un tube zigzag (6,0) métallique. (c) cas d'un tube zigzag (5,0) semi-conducteur.

liaisons carbone-carbone qui se trouvent orientées suivant la direction perpendiculaire à l'axe du tube. Ce changement est surtout sensible sur les tubes zig-zag et hélicoïdaux pour lesquels une faible bande interdite apparaît pour les tubes métalliques.

1.2.2 Densité d'état

La relation de dispersion des différents types de tube permet de prévoir leur densité d'état (figure 1.6). On remarquera sur celle-ci que le caractère métallique ou semi-conducteur est très nettement visible. L'allure des singularités de Van Hove, associées au passage d'un bord de bande, sont caractéristiques d'un système unidimensionnel. Ces prédictions ont été vérifiées qualitativement en effectuant la spectroscopie d'un nanotube de carbone par microscope à effet tunnel (STM) [116,117].

1.2.3 Les nanotubes de carbone : des conducteurs unidimensionnels ?

L'analyse de la relation de dispersion des nanotubes métalliques laisse présager qu'ils pourraient exhiber des propriétés liées au transport unidimensionnel. Toutefois du fait du couplage électron-phonon ce type de système peut conduire à une instabilité structurale, la transition de Peierls, qui fait passer le système dans un état isolant. Ce n'est pas le cas pour les nanotubes de carbone pour lesquels une telle transition aurait un coût en énergie élastique du réseau trop important. De ce fait les nanotubes semblent être de très bon candidats pour l'étude du transport unidimensionnel. Notons que d'autres systèmes sont susceptibles de s'inscrire dans une telle physique, par exemple les conducteurs organiques 1D ou les états de bords de l'effet Hall quantique. Les nanotubes de carbone présentent l'avantage de rester unidimensionnels jusqu'à très basse température. Dans cette géométrie l'image du liquide de Fermi n'est plus applicable et doit être remplacée par celle du liquide de Luttinger. Les excitations du système ne sont plus alors de type fermionique mais de nature bosonique sous forme de modes collectifs de charge et de spin qui se propagent à des vitesses différentes. Il y a séparation des degrés de liberté de charge et de spin. Le lecteur intéressé par les prédictions faites dans ce type de système pourra se reporter par exemple à la revue faite par Voit [121]. Disons simplement que l'on s'attend à avoir des dépendances de type loi de puissance pour la densité d'état à une particule avec un exposant non-universel qui est déterminé par les interactions. Ce type de comportement a été prévu dans les nanotubes par Kane *et al.* [122] et observé par Bockrath *et al.* [123] pour des températures supérieures à 10 K. Les propriétés de jonctions entre tubes ont pu être expliquées grâce à ce type de théories par Yao *et al.* [124].

1.3 Méthode de fabrication des contacts

Le problème majeur pour réaliser des expériences de transport sur des nanotubes de carbone est la difficulté, du fait de leur petitesse, qu'il y a à les manipuler et les relier à

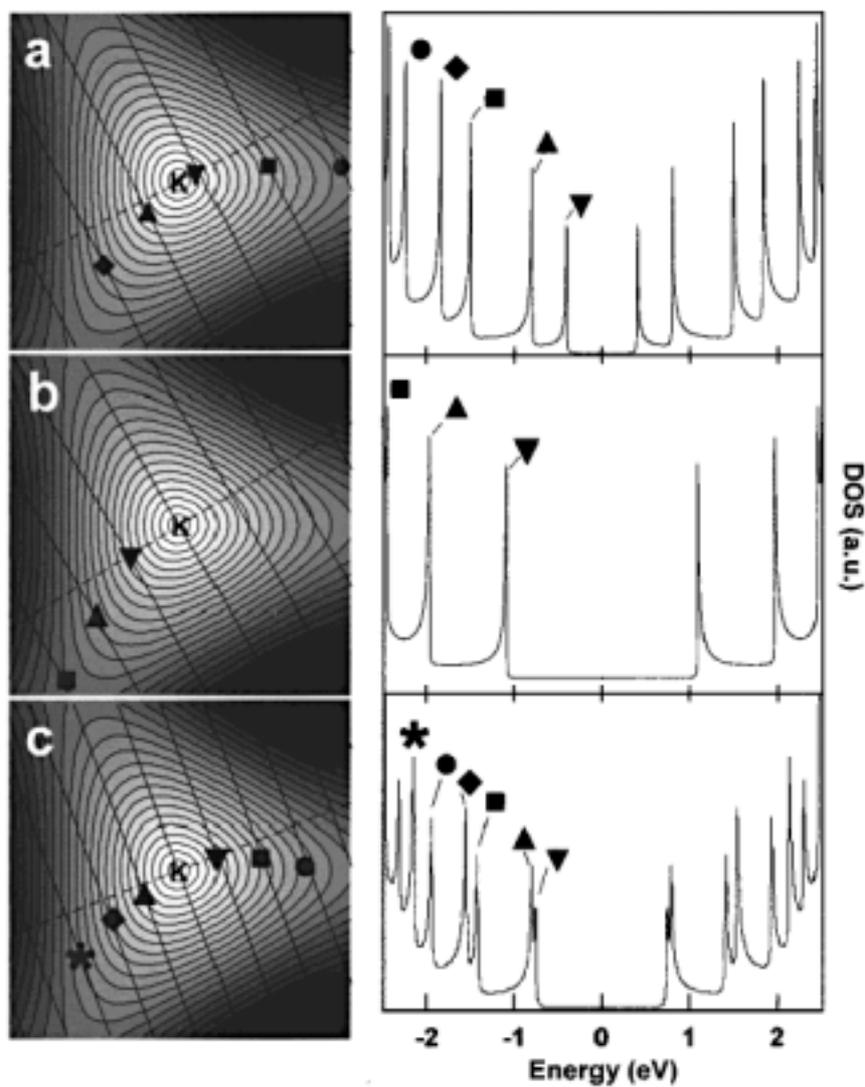


FIG. 1.6 – Relation de dispersion autour du point K d'un plan de graphène et densité d'état d'un nanotube de carbone. Les symboles marquent la position des singularités de Van Hove dans les bandes 1D. (a) cas d'un nanotube $(7,6)$ semiconducteur. (b) cas d'un tube armchair $(7,7)$ métallique. (c) cas d'un tube $(13,7)$ semi-conducteur. Cette figure est extraite de la référence [120].

des contacts macroscopiques. Nous présentons dans la suite d'abord la méthode la plus largement utilisée pour réaliser de tels contacts puis celle qui a été employée pour les échantillons mesurés dans cette thèse².

1.3.1 Tubes déposés

La méthode la plus répandue consiste à disperser des nanotubes initialement en solution sur un substrat sur lequel des contacts ont été préalablement lithographiés. Il peut alors se trouver qu'un nanotube relie deux de ces contacts, qui vont pouvoir être utilisés pour réaliser les expériences de transport. Initialement cette technique ne permettait d'obtenir que des contacts tunnel. De tels échantillons présentent à basse température un comportement dominé par des effets de blocage de Coulomb, qui permettent d'avoir des renseignements sur le spectre d'addition et les phénomènes de corrélation au sein d'un nanotube comme montré par Tans *et al.* [126]. A présent les contacts qui sont obtenus avec cette technique ont une résistance bien plus faible. Il est à noter qu'on peut procéder de manière inverse, à savoir que les nanotubes sont d'abord dispersés sur un substrat et que les contacts sont lithographiés par dessus ceux-ci. C'est par exemple la technique employée par Bachtold *et al.* [127] sur des tubes multiparois.

1.3.2 «Soudure» des tubes

Pour mesurer les propriétés de transport des nanotubes de carbone nous utilisons des échantillons réalisés avec la méthode développée par A. Kasumov. Cette méthode originale est la suivante : des nanotubes sont placés sur une grille de carbone, utilisée pour l'observation au microscope électronique à transmission, qui est située au dessus d'une membrane de Si_3N_4 où a été préalablement réalisée à l'aide d'un faisceau d'ions focalisé une fente d'environ $100 \mu\text{m}$ de long pour moins de $1 \mu\text{m}$ de large. Les deux bords de la fente sont métallisés. A l'aide d'un pulse laser dans le proche ultraviolet on vient alors faire tomber le nanotube alors que dans le même temps le métal qui borde la fente a fondu sous l'action du pulse. Le tube tombe donc sur des contacts fondus. On parvient ainsi à «souder» le nanotube. Pendant cette opération la résistance de l'échantillon est mesurée, ce qui permet de savoir si le circuit a été refermé. Avant dépôt du nanotube la résistance du circuit est supérieure à $1 \text{ G}\Omega$. Un schéma et des images réalisées par microscopie électronique en transmission des échantillons ainsi obtenus sont montrés sur la figure 1.7. Cette technique permet d'avoir des contacts ohmiques avec le tube. Le caractère suspendu du nanotube autorise également son observation par microscopie électronique en transmission. Cela permet donc de caractériser les nanotubes qui ont été étudiés en transport comme cela a été fait par exemple dans le travail de Kasumov *et al.* [128]. Cette observation est en particulier très utile pour vérifier qu'aucun autre matériau ne s'est mis en travers de la fente (carbone amorphe, métal) et que le nanotube n'est pas pollué par du métal. De plus,

2. D'autres méthodes ont pu être utilisées. Voir par exemple l'expérience de Frank *et al.* [125] où le transport est fait au travers d'un nanotube relié à une extrémité à une pointe STM et trempant à l'autre extrémité dans du mercure liquide.

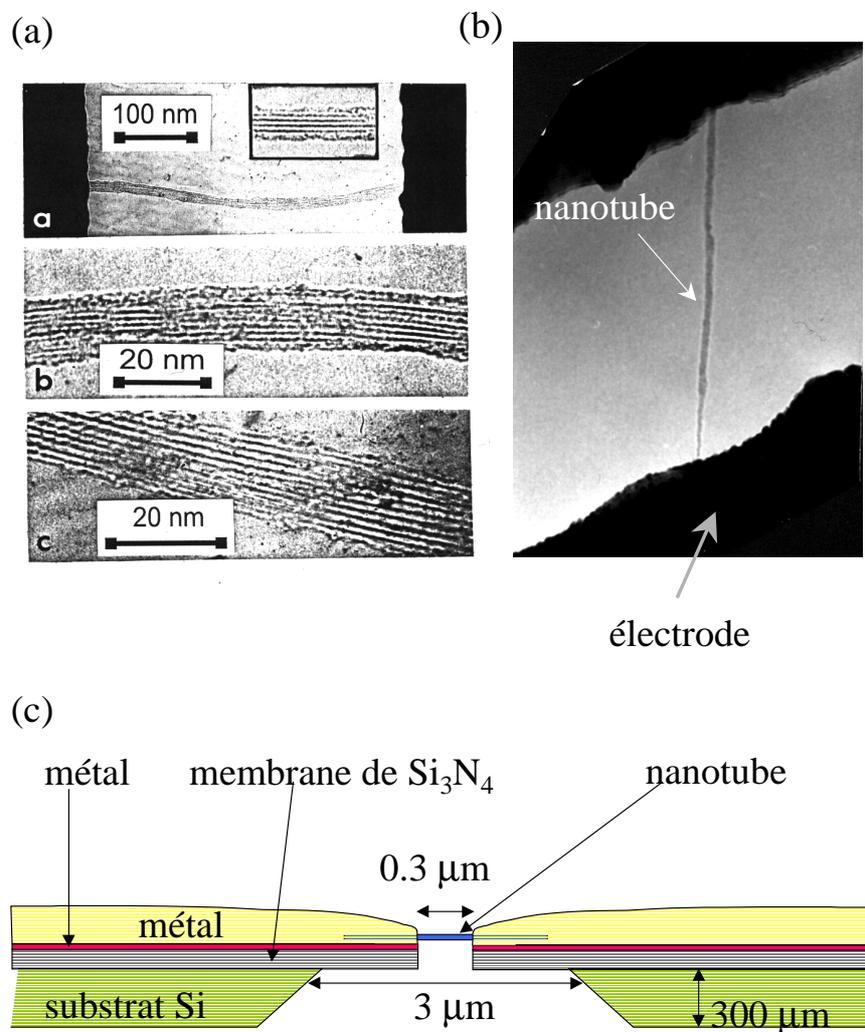


FIG. 1.7 – (a) Image obtenue par microscopie électronique en transmission d'une corde de nanotubes suspendue entre deux contacts (b) Image d'un tube unique (échantillon Au1) (c) Schéma d'un nanotube suspendu entre deux contacts métalliques.

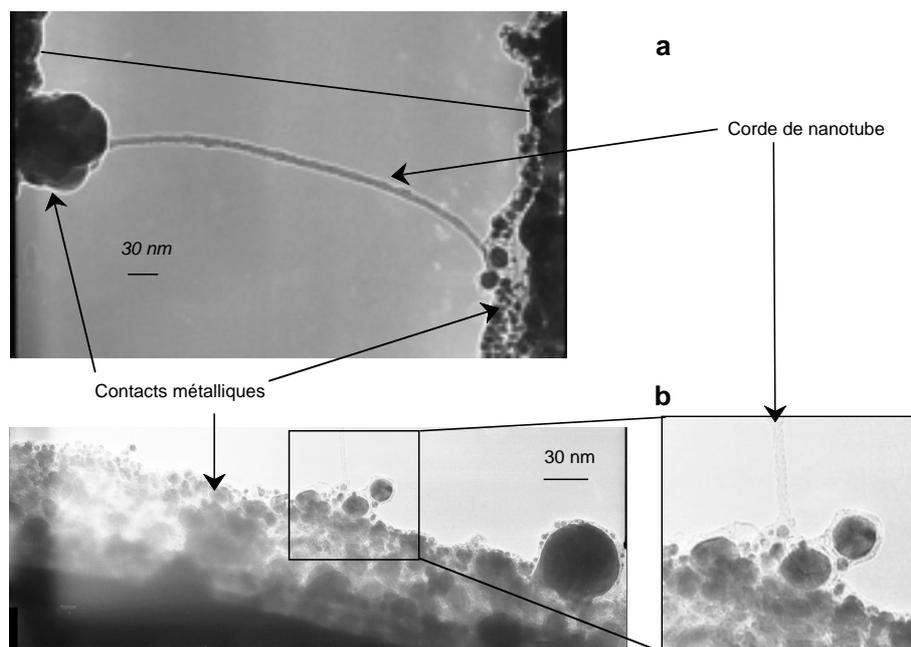


FIG. 1.8 – (a) Image obtenue par microscopie électronique en transmission d'une corde de nanotubes entre deux contacts. (b) Image obtenue par la même technique du contact métallique au voisinage du nanotube. On notera la grande inhomogénéité du contact.

sous microscope électronique en transmission, il est possible d'éliminer d'éventuels tubes indésirables en focalisant le faisceau électronique sur ceux-ci. Notons toutefois que l'action du pulse laser conduit à une grande inhomogénéité du contact métallique en bordure de la fente en travers de laquelle le nanotube est suspendu (figure 1.8), avec, en particulier, des zones de très faible épaisseur, qui apparaissent plus claires sur les images obtenues par microscopie électronique.

Les tubes que nous avons utilisés au cours de cette thèse ont été préparés par la méthode de l'arc électrique avec comme catalyseur du cobalt, ce qui permet d'avoir des tubes monoparois de diamètre de l'ordre de 1 nm [129], essentiellement sous la forme de cordes de nanotubes. Après un traitement faisant intervenir un surfactant [130], il est possible d'obtenir des tubes individuels.

Chapitre 2

Supercourant dans des nanotubes de carbone

Pour tester la cohérence du transport électronique dans des nanotubes de carbone nous nous sommes intéressés à la possibilité d'induire des supercourants dans de tels systèmes. Les échantillons mesurés sont constitués d'un nanotube de carbone reliant deux contacts supraconducteurs. Dans ce travail nous avons mesuré deux types d'échantillons, d'une part des nanotubes monoparois individuels (les échantillons seront dénotés dans la suite Au1, Gt1 et Gt4) et d'autre part des cordes de nanotube (M6, G3, G5, N3 et P7). Les caractéristiques de chacun de ces échantillons sont données dans le tableau 2. Les échantillons retenus pour cette étude présentent une résistance assez faible, inférieure à $10\text{ k}\Omega$ pour les cordes et $100\text{ k}\Omega$ pour les tubes individuels. Ainsi les tubes individuels ont-ils une résistance relativement proche de la valeur théorique minimale ($R = 6.5\text{ k}\Omega$). Le comportement en température de ces résistances pour des températures supérieures à 4 K est pratiquement plat pour les cordes. On a une légère remontée, allant jusqu'à 30% , de résistance pour les tubes individuels. Par ailleurs pour tous ces échantillons le transport est ohmique dans l'état normal c'est-à-dire que la tension aux bornes de l'échantillon croît linéairement avec le courant pour des intensités allant jusqu'à une dizaine de μA .

Un des paramètres importants pour analyser nos résultats est le libre parcours moyen élastique l_e . Ce dernier est déterminé par la valeur de la résistance de la jonction dans l'état normal en utilisant la relation $R_N = h/e^2 L/(Ml_e)$, avec M le nombre de canaux de conduction du nanotube. Nous prenons pour R_N la résistance à température ambiante. Dans le cas des échantillons composés d'un tube unique $M = 4$. Par contre dans le cas des cordes cette évaluation est plus délicate. En effet on peut *a priori* estimer l_e de deux façons différentes. Soit on suppose que tous les tubes de la corde conduisent auquel cas $M = 4N$ avec N le nombre de tubes dans la corde. Soit on considère que seule une fraction des tubes est métallique (statistiquement $1/3$ des tubes sont conducteurs [118]), et dans ce cas $M < 4N$. Dans cette modélisation les canaux de conduction s'identifient avec les nanotubes conducteurs de la corde. Or cette image a toute chance d'être imparfaite car elle néglige les couplages entre tubes. En effet dans une corde il existe une probabilité non nulle pour qu'un électron passe d'un tube à un autre. L'existence de ce phénomène peut

nom	nature	longueur	contact	R(T=300 K)	R(T=4.2 K)	l_e
N3	corde	0.5 μm	or/rhenium	1.75 k Ω	2 k Ω	6 nm
P7	corde	0.5 μm	or/rhenium	0.65 k Ω	0.7 k Ω	18 nm
M6	corde	1.7 μm	or/rhenium	65 Ω	65 Ω	572 nm
G3	corde	0.4 μm	étain	2.2 k Ω	3 k Ω	3 nm
G5	corde	0.4 μm	étain	0.7 k Ω	1 k Ω	9.2 nm
Au1	monotube	0.3 μm	or/tantale	22.1 k Ω	33 k Ω	90 nm
Gt1	monotube	0.3 μm	or/tantale	31 k Ω	33 k Ω	62 nm
Gt4	monotube	0.3 μm	or/tantale	45 k Ω	66 k Ω	50 nm

TAB. 2.1 – *Caractéristiques des jonctions réalisées à partir de nanotube de carbone. Les contacts or/rhenium sont constitués d'un bicouche de 30 nm de rhénium et de 50 nm d'or, les contacts or/tantale étant composés de 5 nm de tantale et 100 nm d'or. Le nombre de tubes dans chacune des cordes est compris entre 200 et 300.*

être prise en compte par une intégrale de saut transverse t_{\perp} , mise en évidence par Stahl *et al.* [131]. Maarouf *et al.* [132] ont estimé $t_{\perp} \approx 7$ meV et ont montré que le couplage inter-tube est fortement dépendant de la répartition des hélicités des tubes dans la corde, le couplage étant réduit pour une répartition aléatoire. Pour l'évaluation de l_e dans les cordes nous avons supposé que tous les tubes de la corde conduisaient. Ce faisant nous sous-estimons sans doute considérablement le libre parcours moyen élastique.

A ce stade il peut être intéressant de comparer les valeurs que nous trouvons pour l_e aux autres résultats de la littérature. Un constat s'impose : nos valeurs du libre parcours moyen élastique sont systématiquement plus faibles d'un ordre de grandeur que les résultats obtenus sur des tubes métalliques. En effet, dans ces derniers, il a été montré que le transport était balistique, c'est à dire que l_e était au moins égal à la longueur du tube, soit de l'ordre du micron (voir par exemple les mesures au microscope à force de Bachtold *et al.* [133]). La sous-estimation systématique du libre parcours moyen dans nos mesures est attribuée à notre méthode de calcul de l_e . Cependant un autre facteur pourrait concourir à la réduction du libre parcours moyen élastique. Pour nos échantillons, il n'est pas exclu que les tubes soit dopés par la présence des contacts. De ce fait les tubes semi-conducteurs pourraient être rendu métalliques, justifiant de considérer, pour les cordes de nanotubes, que l'ensemble des tubes soient conducteurs. Toutefois le libre parcours moyen obtenus par dopage de tubes semi-conducteurs par Martel *et al.* [134] et Tans *et al.* [135] sont très faibles, de l'ordre de quelques nm. Cette très forte réduction de l_e est sans doute due, comme l'explique McEuen *et al.* [136], au fait que le tube dans ce régime se comporte comme une série de boîtes quantiques juxtaposées.

D'après les valeurs estimées du libre parcours moyen élastique l_e tous les tubes que nous avons mesurés sont diffusifs. Nous les caractérisons par un coefficient de diffusion $D = v_F l_e$ avec v_F la vitesse d'un électron au niveau de Fermi, estimée en prenant la valeur obtenue dans le graphite, soit $v_F = 0.8 \cdot 10^6$ m.s⁻¹.

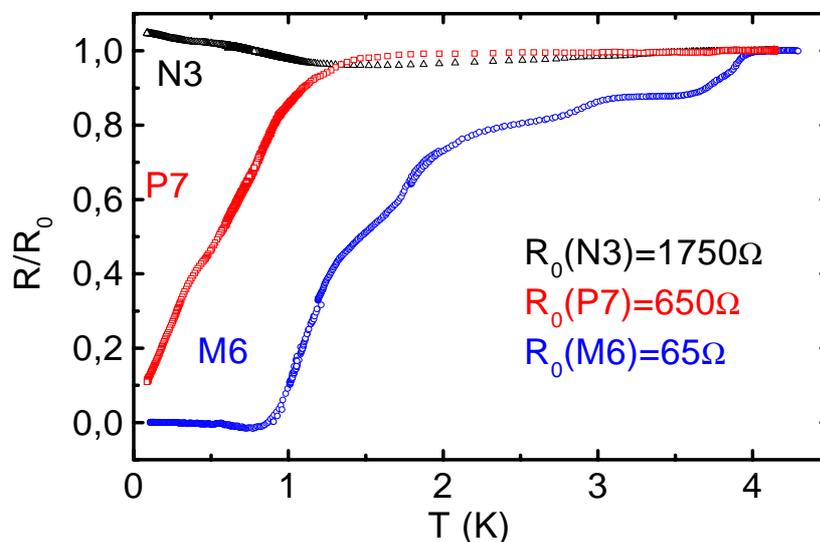


FIG. 2.1 – Dépendance des résistances des cordes N3, P7 et M6 en fonction de la température. Seule la corde M6 présente une transition vers un état de résistance nulle.

2.1 Jonction SNS avec des cordes de nanotubes

Nous présentons d'abord les résultats sur les cordes de nanotubes. Dans les mesures effectuées, sauf mention contraire, le champ magnétique est perpendiculaire au tube et dans le plan des contacts. Les expériences se font avec deux fils de mesure sur chacun des contacts métalliques. De ce point de vue la mesure de la jonction est «quatre fils» mais la mesure de la résistance du tube est «deux fils».

En fonction des caractéristiques des tubes on peut distinguer essentiellement trois comportements qui sont illustrés sur la figure 2.1. Sur ce graphique est présenté le comportement de la résistance de trois échantillons (N3, P7 et M6) en fonction de la température. Ces trois échantillons sont montés sur des contacts or/rhénium, constitués d'un bicouche de 30 nm de rhénium et de 50 nm d'or. La température de transition des contacts est de 1 K. La résistance de la corde N3, qui est la plus résistive, varie très faiblement avec la température : elle présente un léger minimum à la température de transition du contact ainsi qu'une augmentation de résistance à basse température. La corde P7 présente une chute de résistance en dessous de 1 K, c'est à dire approximativement à la température de transition du contact or/rhénium. La résistance s'extrapole à 0 Ω à température nulle. Enfin la corde M6 montre une transition vers un état de résistance nulle.

Les cordes montées sur contact d'étain (G3 et G5) présentent également une transition vers un état de résistance nulle. La résistance de G3 en fonction de la température à différentes valeurs de champ magnétique est montrée sur la figure 2.2. On remarquera que

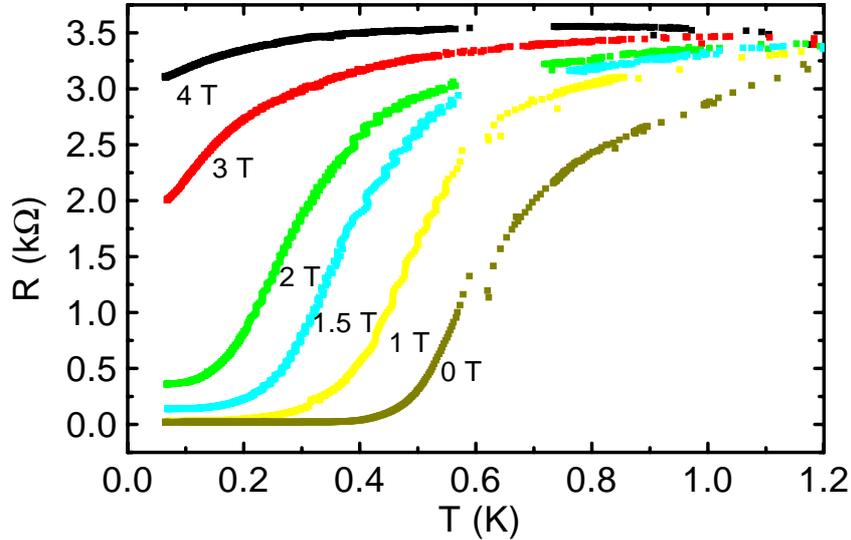


FIG. 2.2 – Résistance de la corde G3 en fonction de la température à différents champs magnétiques.

bien que la température de transition des contacts d'étain soit plus élevée ($T_c=3$ K) que celle des contacts or/rhénium, la température de transition de la jonction, définie comme la température correspondant au point d'inflexion des courbes $R(T)$, est plus faible que celle de M6. On peut expliquer cette différence en se basant sur le fait que les cordes G3 et G5 sont plus désordonnées que la corde M6 et présentent de ce fait une énergie de Thouless E_c moindre. Or dans un régime de jonction longue, régime valable pour G3 et G5, la température de transition T_c est telle que $k_B T_c \approx E_c/(2\pi)$ d'où une température de transition assez faible et en particulier plus faible que la température de transition des contacts. On notera à ce propos que si cette interprétation nous donne le bon comportement qualitatif, au niveau quantitatif la relation $k_B T_c \approx E_c/(2\pi)$ n'est vérifiée pour G3 et G5 que très approximativement. La température de transition est abaissée en présence d'un champ magnétique. Pour un champ magnétique plus grand que 1.5 T, la transition n'est plus complète en ce sens que l'on n'atteint pas l'état de résistance nulle.

L'effet du champ magnétique est fortement anisotrope. Cet effet d'anisotropie a été mesuré sur la corde G3 en modifiant l'orientation du champ par rapport aux contacts tout en conservant le champ perpendiculaire au nanotube. On obtient dans ce cas les courbes de la figure 2.3. On voit que le champ critique H_c de la jonction, défini par rapport au point d'inflexion des courbes de magnétorésistance est beaucoup plus faible en champ perpendiculaire qu'en champ parallèle. Cette forte anisotropie semble indiquer que les contacts sont, au moins en partie, fortement amincis se rapprochant ainsi du cas d'une lame supraconductrice, pour laquelle le champ magnétique effectif en géométrie parallèle

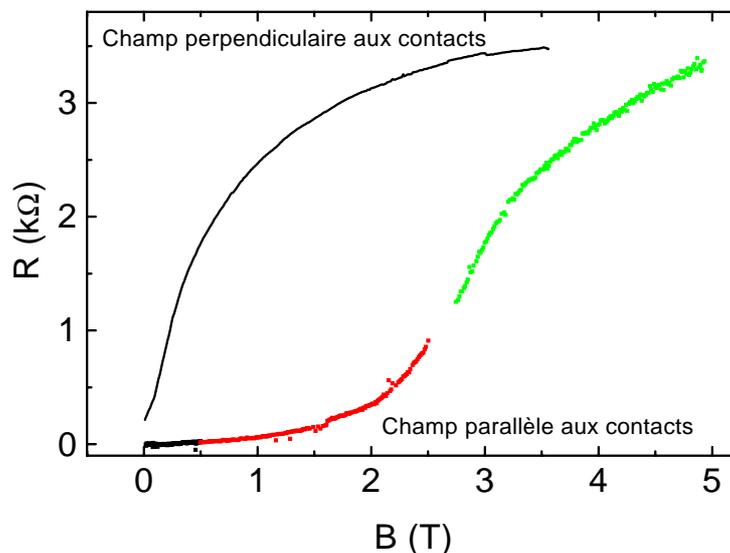


FIG. 2.3 – Dépendance de la résistance de la corde G3 en fonction du champ magnétique dans deux configurations de champ : d'une part en champ magnétique perpendiculaire aux contacts et d'autre part, lorsque le champ magnétique est parallèle aux contacts et perpendiculaire au tube.

est fortement réduit par rapport au champ appliqué à cause du champ démagnétisant. Cet amincissement pourrait être dû à l'action du laser utilisé pour la «soudure» des nanotubes. Dans le cas perpendiculaire on retrouve le champ critique de l'étain en volume.

Des mesures de résistance différentielle sur ces jonctions supraconducteur-nanotube-supraconducteur ont été également réalisées. Pour cela la jonction est traversée par un courant continu I_0 auquel on superpose un faible courant δI oscillant à la fréquence ω . En détectant la tension V aux bornes de la jonction avec une détection synchrone travaillant à la fréquence ω , on a accès à la mesure de la résistance différentielle $dV/dI(I_0)$. Ces mesures nous permettent de remonter à la valeur du courant critique. Nous présentons d'abord les résultats obtenus sur le corde M6. La caractéristique tension-courant de cette corde exhibe un comportement non-dissipatif, c'est à dire que le passage du courant dans la jonction ne s'accompagne d'aucune chute de potentiel aux bornes de celle-ci, pour des températures inférieures à 0.6 K (figure 2.4). Ce comportement non-dissipatif se retrouve sur les mesures de résistance différentielle sous la forme d'une résistance dynamique nulle (figure 2.5). La plage de courant sur laquelle la tension aux bornes de la jonction est nulle détermine le courant critique I_c . Des mesures de résistances différentielles ont été également réalisées sur la corde G3 à différentes valeurs de champ magnétique ou de température (figures 2.6 et 2.7). Le courant critique est estimé par la valeur du courant au premier pic sur la résistance différentielle. On voit que le courant critique décroît en fonction du champ magnétique et de la température. A haute température ($T > 0.8$ K) on retrouve

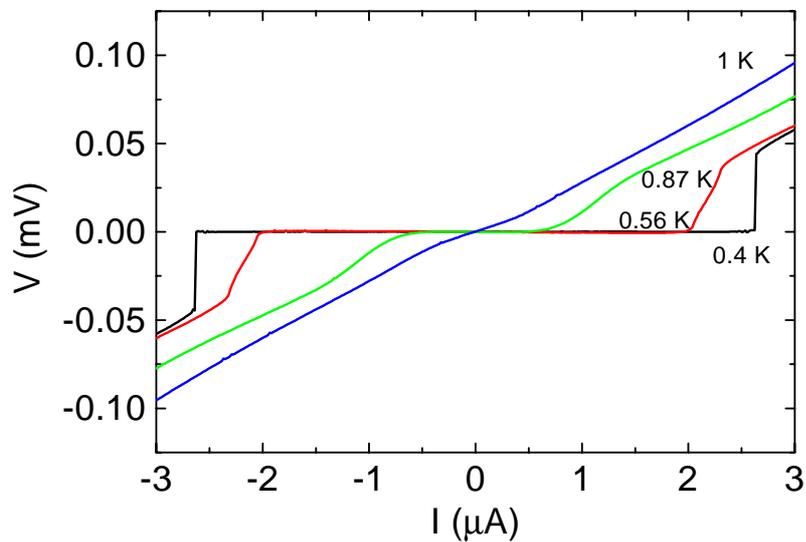


FIG. 2.4 – Caractéristique tension-courant de M6 à différentes températures.

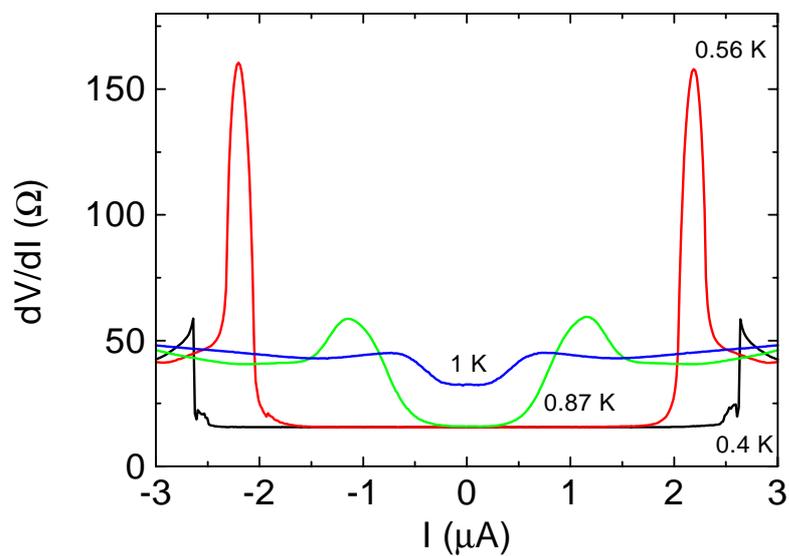


FIG. 2.5 – Résistance différentielle de M6 à différentes températures.

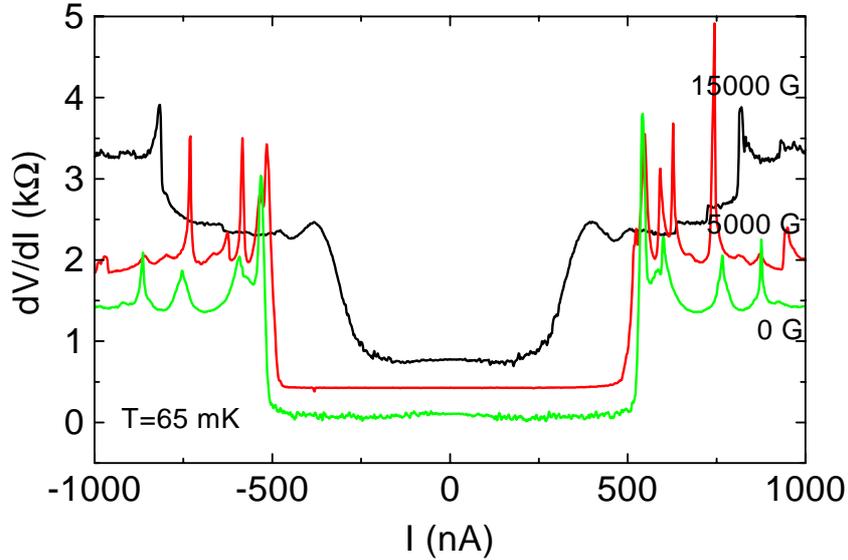


FIG. 2.6 – Résistance différentielle de G3 à différents champs magnétiques. Les courbes sont décalées pour plus de clarté.

une résistance différentielle égale à la résistance dans l'état normal. Par contre à basse température ou faible champ magnétique la résistance normale n'est retrouvée qu'à de grandes valeurs de courant continu, bien supérieures au courant critique I_c . On notera, pour la corde G3 (et également pour G5), la présence de nombreux «pics» sur la résistance différentielle au delà du courant critique. Le comportement du courant critique en fonction de la température est montré sur la figure 2.8. L'accord de la dépendance pour la corde M6 avec les prédictions de Kulik-Omelyanchuk [83,84] est assez mauvais. Au contraire si l'on utilise une dépendance du type Ambegaokar-Baratoff [82] (qui n'est en toute rigueur valable que pour des jonctions tunnels) l'accord avec les données expérimentales est bien meilleur avec toutefois une différence pour l'amplitude de I_c entre l'expérience et la théorie à basse température. Le désaccord observé à $T > 0.8$ K est attribué au fait que dans cette gamme de température $L_T \leq L$. La figure 2.9 montre le courant critique des cordes G3 et G5 en fonction du champ magnétique. On notera la remontée du courant critique sur ces échantillons pour une valeur de champ magnétique correspondant à un quantum de flux dans la surface latérale de la corde.

Les mesures présentées dans cette partie concernaient uniquement les jonctions SNS constituées de cordes de nanotubes. Un bilan des résultats obtenus sur ce type d'échantillon est donné dans le tableau 2.2. On voit que pour ce type de système, dans la limite de jonction longue, les valeurs mesurées de courant critique sont plus grandes que les valeurs attendues par la relation $eR_N I_c \approx E_c/(2\pi)$ pour G3 et G5. Même en tenant compte des prédictions pour des jonctions longues diffusives [86], qui conduisent à $eR_N I_c(T = 0) =$

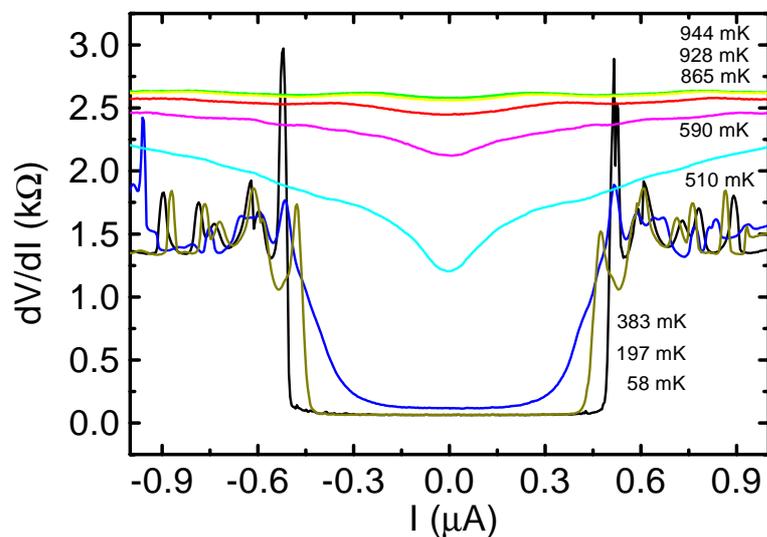


FIG. 2.7 – Résistance différentielle de G3 à différentes températures.

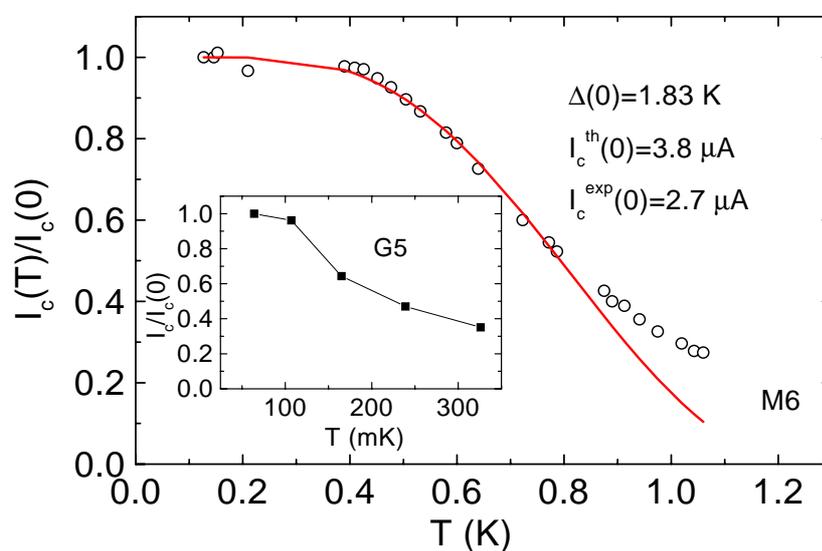


FIG. 2.8 – Courant critique de la corde M6 en fonction de la température. Les données sont compatibles avec une dépendance du type Ambegaokar-Baratoff excepté à haute température. Insert : courant critique de la corde G5 en fonction de la température.

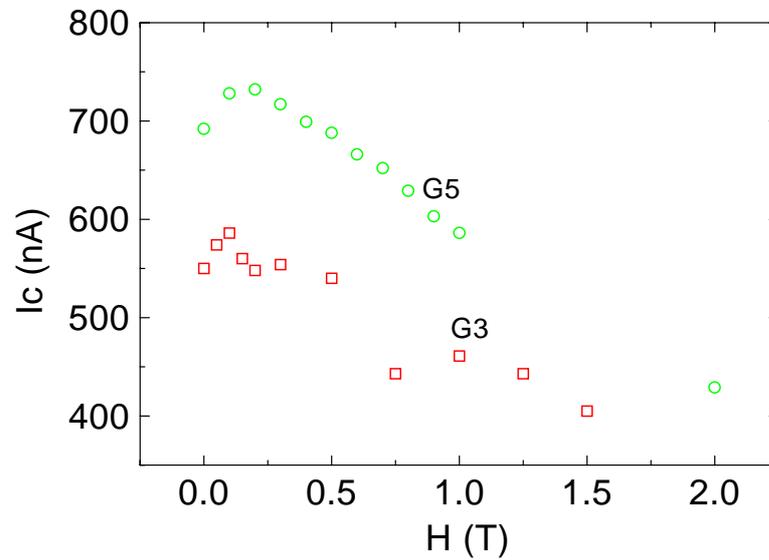


FIG. 2.9 – Courant critique des cordes G3 et G5 en fonction du champ magnétique.

	Δ (meV)	$E_c/(2\pi)$ (meV)	type	T_c (K)	I_c (μA)	$R_N I_c$ (mV)
N3	0.15	0.01	longue			
P7	0.15	0.04	longue			
M6	0.15	0.1	intermédiaire	1	2.7	0.175
G3	0.6	0.01	longue	0.7	0.54	1.5
G5	0.6	0.01	longue	0.6	0.7	0.63

TAB. 2.2 – Bilan des mesures effectuées sur les jonction SNS constituées de cordes de nanotubes. Le gap Δ des contacts est déduit de leur température critique T_c par la relation BCS : $\Delta = 1.76k_B T_c$.

$10.82E_c/(2\pi)$, le courant critique est toujours un ordre de grandeur trop important. Pour la corde M6, qui se situe dans une limite intermédiaire entre jonction longue et jonction courte, l'accord avec les prédictions théoriques est meilleur.

2.2 Jonctions SNS avec des nanotubes individuels

Nous considérons à présent les jonctions SNS réalisées avec des nanotubes monoparois individuels. Ces échantillons sont au nombre de trois (Au1, Gt1 et Gt4) et sont tous montés sur des contacts or/tantale. La nature de ces contacts appelle quelques commentaires. Les contacts utilisés avec les tubes individuels sont constitués de 5 nm de tantale et 100 nm d'or. Du fait des épaisseurs d'or et de tantale ces contacts devraient être normaux à basse température (c'est d'ailleurs pour cela qu'ils avaient été conçus initialement). Le fait qu'ils présentent une transition vers un état supraconducteur est une indication de la très faible transparence de l'interface tantale/or. La température de transition des contacts est de 0.5 K, le champ critique H_c est de l'ordre de 0.4 T. Ces contacts sont sans doute fortement inhomogènes, peut-être suite à l'action du pulse laser ayant servi à la «soudure» des nanotubes. On notera que le gap, estimé à partir de la température critique, est fortement réduit par rapport au cas du tantale en volume ($\Delta = 0.7$ meV) du fait de la présence de la couche d'or.

Les trois échantillons constitués de nanotubes individuels présentent une transition vers un état de résistance nulle (figure 2.10). L'effet du champ magnétique est, comme dans le cas des cordes, d'abaisser la température de transition voire de supprimer la transition pour des champs suffisamment importants. Cet effet est également visible sur la magnéto-conductance des échantillons (figure 2.11). Le champ critique de la jonction est alors bien plus important que celui des contacts.

La caractéristique tension-courant de la jonction Au1 est présentée sur la partie haute de la figure 2.12. On voit sur cette courbe que l'on passe d'un comportement non-résistif ($V = 0$ avec $I \neq 0$) à un comportement dissipatif à une valeur du courant qui nous donne la valeur du courant critique de la jonction. Ce passage est fortement hystérétique. La résistance différentielle de Au1 (figure 2.13) est caractérisée par de nombreux pics. La résistance de la jonction ne rejoint la valeur de l'état normal que pour des courants relativement importants. Ce comportement, également présent sur les cordes de nanotubes, n'est pas sans rappeler ce qui est observé sur des fils supraconducteurs unidimensionnels c'est à dire de diamètre inférieur à la longueur de cohérence supraconductrice ξ . Les pics observés dans ces systèmes sont dus à des sauts de phase («phase slip») du paramètre supraconducteur qui se manifeste par une tension V reliée à la phase φ du paramètre supraconducteur [67]:

$$V = \frac{\hbar}{2e} \frac{d\varphi}{dt}$$

De tels comportements ont été mesurés sur des fils de plomb-indium de diamètre inférieur à la longueur de cohérence supraconductrice ξ par Giordano *et al.* [137] et sur des fils fins d'étain par Meyer et Minnigerode [138]. C'est la première fois, à notre connaissance, qu'un

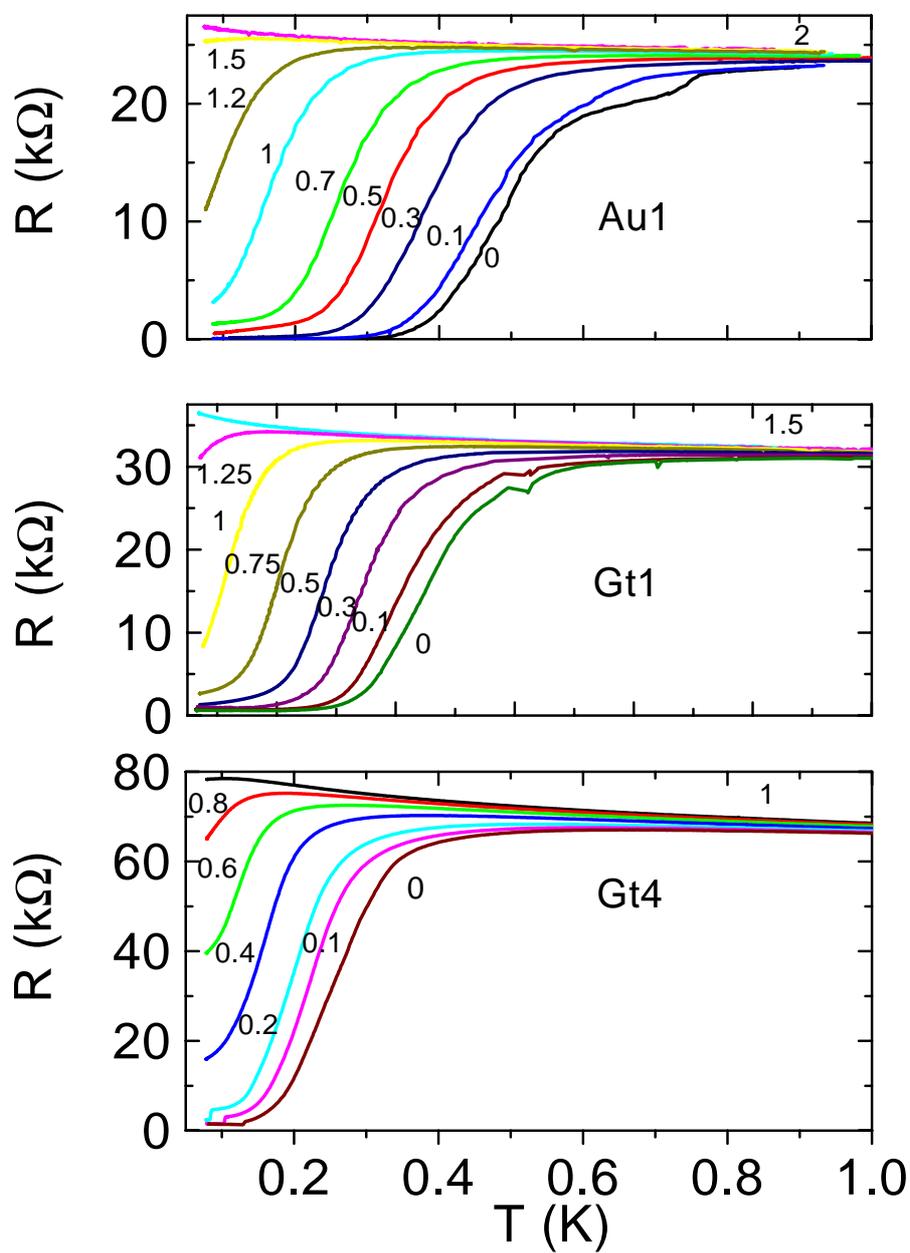


FIG. 2.10 – Dépendance en température de la résistance des jonction SNS constituées d'un tube individuel à différentes valeurs de champ magnétique.

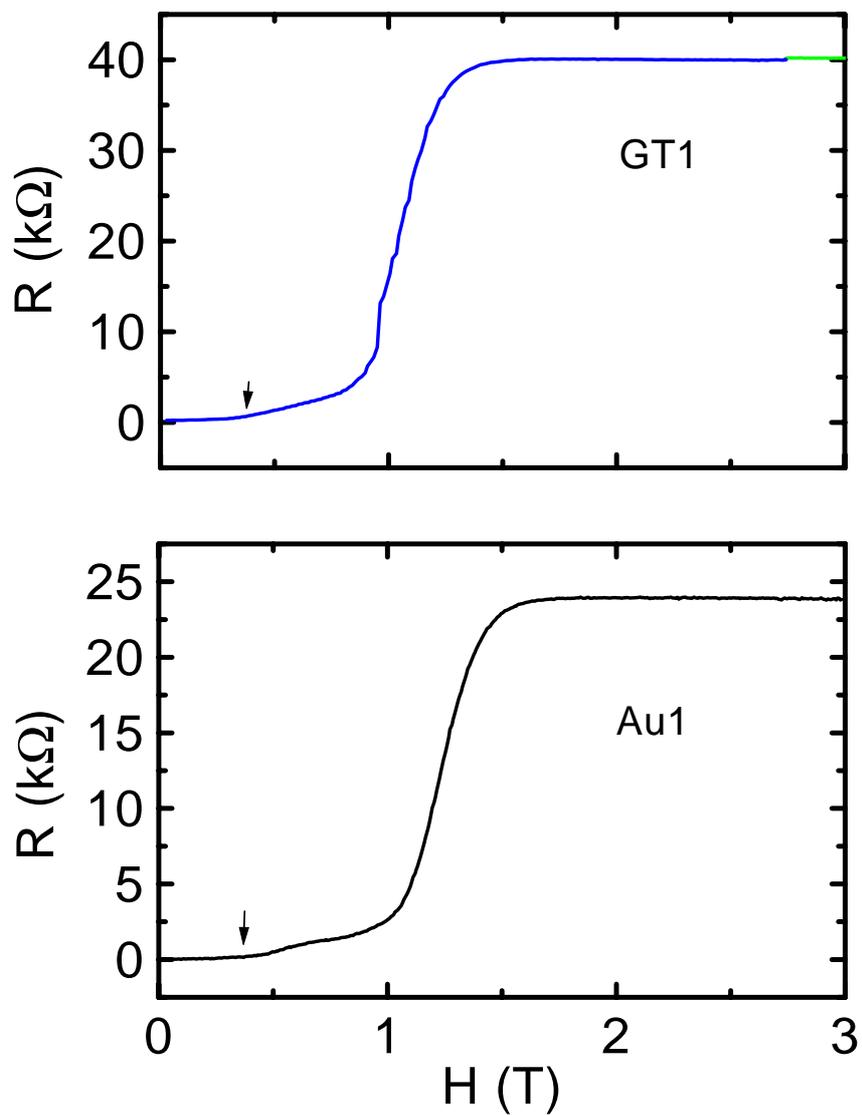


FIG. 2.11 – Magnétorésistance de Au1 et Gt1 à 50 mK. Les flèches indiquent le champ critique des contacts.

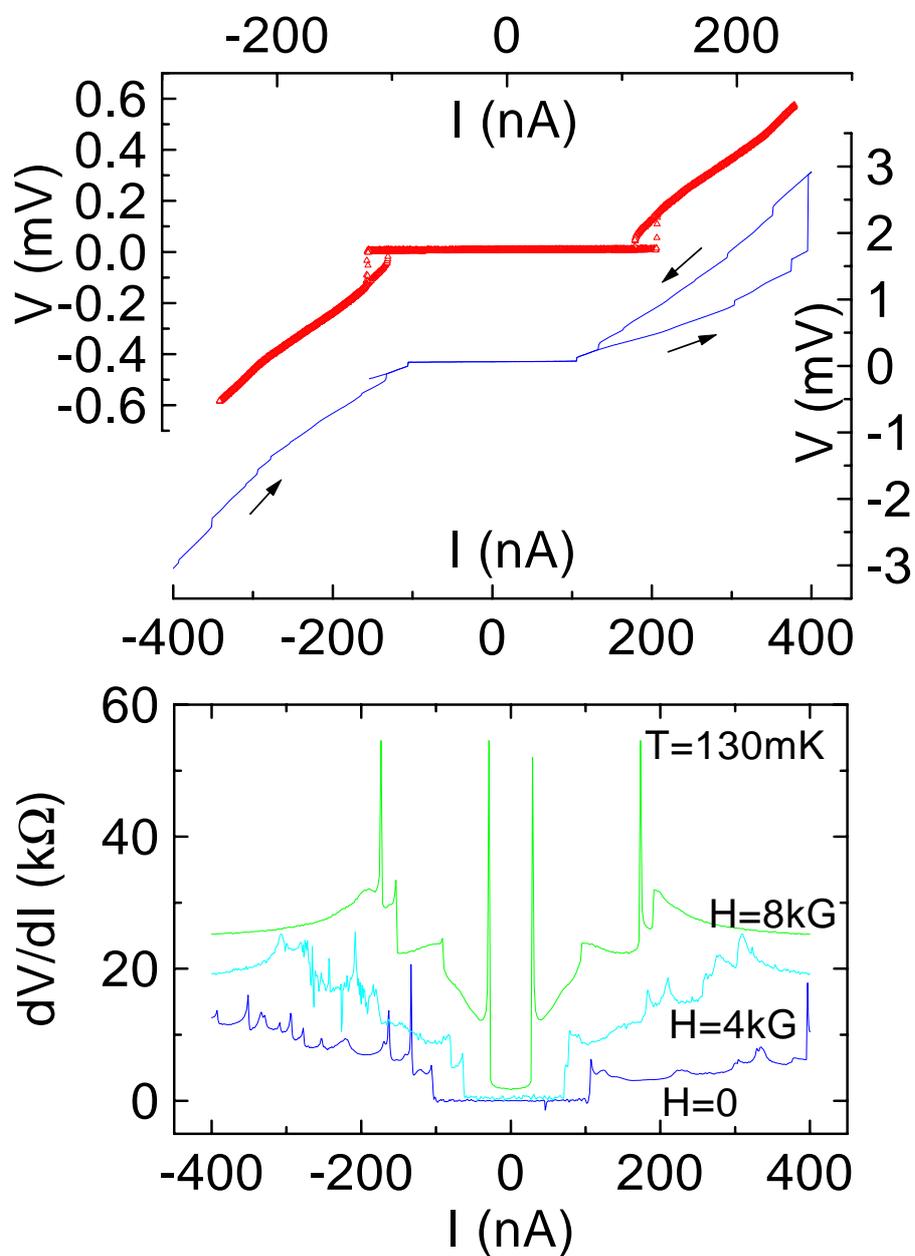


FIG. 2.12 – En haut : caractéristique tension-courant de l'échantillon Au1. Les deux courbes correspondent à des vitesses de balayage du courant différentes. En bas : résistance différentielle du même échantillon.

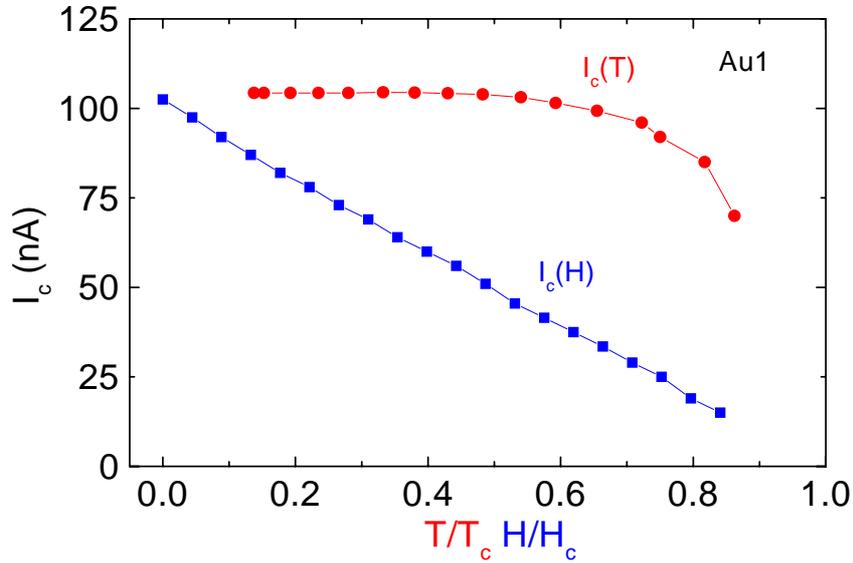


FIG. 2.13 – Courant critique de l'échantillon Au1 en fonction de la température et du champ magnétique ($T_c = 0.4$ K, $H_c = 1$ T.)

	Δ (meV)	$E_c/(2\pi)$ (meV)	type	T_c (K)	I_c (μ A)	$R_N I_c$ (mV)
Au1	0.07	0.5	courte	0.4	0.1	2.5
Gt1	0.07	0.35	courte	0.5	0.075	2
Gt4	0.07	0.3	courte	0.3	0.025	1.6

TAB. 2.3 – Comparaison des mesures effectuées sur les jonction SNS constituées de nanotube individuel.

tel phénomène est observé dans des jonctions SNS. L'allure de la résistance différentielle semble indiquer que la transition du tube vers un état normal, transition qui s'effectue à partir de la zone où la probabilité de paire est la plus faible, c'est à dire au centre du tube, se fait par accroissement successif de la zone normale. Chacun de ces accroissements s'effectue avec apparition d'une chute de potentiel aux bornes de la jonction plus grande que le gap des contacts.

Le courant critique présente une dépendance très particulière en fonction du champ magnétique et de la température (figure 2.13). Ainsi le courant est pratiquement constant jusqu'à $T/T_c = 0.7$ puis chute brutalement à 0 au voisinage de la température critique. Le comportement en champ magnétique est au contraire linéaire.

Nous avons donné essentiellement les résultats concernant l'échantillon Au1. Des mesures analogues ont été réalisées sur Gt1 et Gt4. Un bilan des mesures sur les jonctions SNS constituées d'un tube unique est présenté dans le tableau 2.3. Toutes les jonctions

avec des tubes monoparois individuels se placent dans la limite des jonctions courtes pour lesquelles, rappelons-le, le courant critique est déterminé par la valeur du gap supraconducteur Δ . Le courant critique mesuré est systématiquement plus grand d'au moins un ordre de grandeur que ce que laisserait escompter les prédictions théoriques. Ce résultat contraste avec les faibles valeurs de courants critiques mesurées par Takayanagi *et al.* [80] dans des constriction réalisées dans un gaz d'électrons bidimensionnel et reliées à des contacts supraconducteurs (dans cette référence le courant critique mesuré est inférieur d'un ordre de grandeur aux prédictions théoriques). L'allure très particulière des dépendances en température et en champ magnétique du courant critique que nous avons observées ne peuvent être expliquées par des théories du type Kulik-Omelyanchuk ou Ambegaokar-Baratoff.

2.3 Analyses et conclusions

Les mesures présentées précédemment montrent qu'il est possible d'induire des supercourants dans un nanotube de carbone par effet de proximité que ce soit dans des cordes ou bien dans des tubes individuels. Cette propriété montre que ces objets sont cohérents à basse température, sur une longueur de l'ordre du micron. Le fait que l'on puisse induire de la supraconductivité dans des tubes uniques indique que l'effet de proximité n'est pas incompatible avec le caractère unidimensionnel de ces conducteurs. Ce résultat va dans le sens des prédictions de Maslov *et al.* [139] pour une interface supraconducteur-liquide de Luttinger de transmission proche de 1. En effet dans ce cas le courant Josephson n'est pas affecté par l'interaction électron-électron au contraire d'une interface de faible transmission pour laquelle il y a une renormalisation du courant critique (voir également le travail de Fazio *et al.* [140]).

Pour ce qui est de l'accord des résultats obtenus avec les théories existantes sur les jonctions SNS, le courant critique est systématiquement trop important que ce soit pour les cordes de nanotubes ou les tubes individuels. Le seul échantillon qui présente un accord satisfaisant est la corde M6, qui se situe dans un régime intermédiaire entre la jonction longue et la jonction courte, pour laquelle on a $eR_N I_c \approx \Delta, E_c$. L'écart entre le comportement observé et celui attendu est peut-être dû à des fluctuations supraconductrices intrinsèques aux tubes qui pourraient être stabilisées par la présence des contacts. Cette hypothèse est soutenue par la mise en évidence de supraconductivité intrinsèque dans des cordes de nanotubes montées sur contacts normaux de Kociak *et al.* [141,142]. Tout dernièrement des mesures tendant à prouver de l'existence de supraconductivité dans des tubes individuels de diamètre de 0.4 nm ont également été rapportées par Tang *et al.* [143]. L'origine de cette supraconductivité intrinsèque pourrait être liée à l'existence dans ces systèmes de phonons de faible énergie [144]. Dans cette optique, nous avons mis en évidence la possibilité d'exciter les vibrations d'un nanotube suspendu à l'aide d'une radiation radiofréquence [pub4].

Malgré ces indications que les nanotubes seraient intrinsèquement supraconducteurs, un certain nombre de questions concernant l'effet de proximité dans les nanotubes de carbone demeurent, en particulier sur les conditions d'occurrence de l'effet de proximité dans ces

systèmes. En effet alors que les cordes G3 et G5 présentent une transition vers un état de résistance nulle ce n'est pas le cas pour les cordes N3 et P7. Or ces quatre cordes sont très similaires en termes de libre parcours moyen et de longueur. La différence observée trouve sans doute son origine au niveau de la qualité du contact entre le tube et le métal constituant le contact : dans le cas de N3 et P7 la transmission est sans doute moins bonne que pour G3 et G5. Sur les tubes individuels il conviendrait de faire une étude en fonction de la nature des contacts car seul le cas des contacts or/tantale a été considéré. De plus expérimentalement seul le cas des jonctions courtes a pu être exploré.

Troisième partie

Annexes

Annexe A

Modélisation du couplage anneaux-résonateur

A.1 Estimation du couplage magnétique

Dans cet appendice nous évaluons le couplage magnétique d'un anneau carré avec le résonateur dans la configuration de l'expérience. L'inductance \mathcal{L} est modélisée par deux fils cylindriques séparés par une distance $2d$ (voir figure A.1 (a)). Un anneau est soumis au champ magnétique créé par ces fils. Nous évaluons dans un premier temps l'inductance mutuelle \mathcal{M} entre un anneau et le résonateur. En utilisant le théorème d'Ampère on peut aisément calculer le champ magnétique produit par un courant I . Le flux de ce champ magnétique à travers un anneau de taille a situé à la position $(0,0)$ est alors :

$$\Phi = \mathcal{M}I = \frac{\mu_0 a}{\pi} \ln \left(\frac{2d + a}{2d - a} \right) I \quad (\text{A.1})$$

Dans le cas où l'anneau est situé au point (x,y) on a :

$$\mathcal{M} = \frac{\mu_0 a}{4\pi} \ln \frac{((x + d + \frac{a}{2})^2 + y^2)((x - d - \frac{a}{2})^2 + y^2)}{((x + d - \frac{a}{2})^2 + y^2)((x - d + \frac{a}{2})^2 + y^2)} \quad (\text{A.2})$$

L'anneau soumis au champ B crée un dipôle magnétique $m = \chi B / \mu_0$. Ce dipôle correspond à un courant parcourant l'anneau d'amplitude m/a^2 , si bien que le flux dans l'inductance est à présent $\Phi = (\mathcal{L} + \mathcal{M}^2 \chi / a^4) I$. Nous déduisons de ces résultats que $k_m = \mathcal{M}^2 / (\mu_0 a^4 \mathcal{L})$. De la valeur de la fréquence de résonance et du calcul de la capacitance nous avons $\mathcal{L} = 0.05 \mu\text{H}$. Les anneaux gravés dans GaAs-AlGaAs ne sont pas parfaitement alignés avec le résonateur si bien qu'ils ne sont pas tous situés en $x = 0$. De plus du fait de la feuille de mylar insérée entre les anneaux et le résonateur les anneaux ne sont pas au même niveau que le résonateur. Pour prendre en compte cette configuration le couplage est moyenné sur la position suivant x et l'on considère que $1.5 \mu\text{m} < y < 2.5 \mu\text{m}$. Avec ces approximations on a $k_m = 1.3 \cdot 10^{11} \pm 0.5 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-3}$.

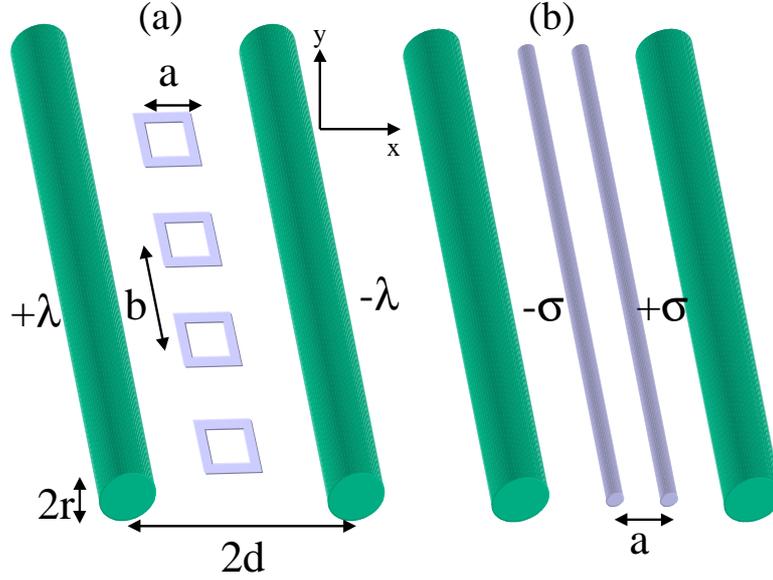


FIG. A.1 – (a) Schéma des anneaux couplés avec le résonateur. (b) Modélisation utilisée pour l'estimation du coefficient de couplage électrique. La charge linéique σ est déterminée par la polarisabilité des anneaux et le champ électrique généré par la capacitance à la position des anneaux.

A.2 Estimation du couplage électrique

Dans cet appendice nous évaluons le coefficient de couplage électrique k_e d'un anneau avec la capacitance \mathcal{C} du résonateur. La capacitance est modélisée par deux fils cylindriques de rayon r et séparés par une distance $2d$, un des fils porte une densité linéique de charge λ , l'autre $-\lambda$. Le champ électrique hors des fils est le champ créé par deux lignes de charge linéique λ et $-\lambda$ séparées par une distance $2d_1$, déterminée par $d_1 = \sqrt{d^2 - r^2}$ [145]. Dans notre cas $\mathcal{C} = 10$ pF. En utilisant le théorème de Gauss on peut calculer la composante du champ électrique dans le plan des anneaux à la position (x,y) hors des fils :

$$E(x,y) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{x + d_1}{(x + d_1)^2 + y^2} - \frac{x - d_1}{(x - d_1)^2 + y^2} \right) \quad (\text{A.3})$$

Un anneau soumis à ce champ crée un dipôle électrique $P = \alpha E$ avec α la polarisabilité d'un anneau, si bien que les anneaux soumis à un champ électrique correspondent à une assemblée de dipôles. Nous les modélisons par deux lignes de charge linéique σ et $-\sigma$ séparées par une distance a , et telle que $\sigma b = \alpha E/a$ (voir figure A.1). Cette modélisation est valable si le champ électrique est à peu près constant sur la surface de l'anneau. En évaluant le potentiel δV créé par ces deux lignes entre les deux armatures de la capacitance,

et utilisant $\delta V = -V\delta\mathcal{C}/\mathcal{C}$ nous avons pour des anneaux situés à (x,y) :

$$\frac{\delta\mathcal{C}}{\mathcal{C}} = \frac{\sigma}{2\lambda} \frac{\ln \frac{((d-r-x-\frac{a}{2})^2+y^2)((d-r+x-\frac{a}{2})^2+y^2)}{((d-r-x+\frac{a}{2})^2+y^2)((d-r+x+\frac{a}{2})^2+y^2)}}{\ln \frac{d_1^2}{r^2}} \quad (\text{A.4})$$

Pour avoir la variation de capacitance induit par un seul anneau il faut diviser le résultat précédent par le nombre d'anneaux $N = l/b$ avec l la longueur de la capacitance. De plus les anneaux se trouvant inclus dans GaAs/AlGaAs nous devons diviser le résultat par la constante diélectrique du substrat $\epsilon_r = 12.85$. Nous pouvons à présent évaluer le coefficient de couplage électrique défini comme $\delta\mathcal{C}/\mathcal{C} = Nk_e\alpha$ en moyennant le couplage sur la position x des anneaux et en considérant que $1.5\mu\text{m} < y < 2.5\mu\text{m}$. Avec ces approximations $\epsilon_0\epsilon_r k_e = 8 \cdot 10^{10} \pm 3.4 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$. Cette valeur est très proche de la valeur du couplage magnétique k_m .

Annexe B

Magnétopolarisabilité d'un anneau quasi-1D

Dans cette partie nous évaluons la correction à la polarisabilité liée à la cohérence de phase pour un anneau quasi-1D à partir de la formule 3.9, page 73. Le diffuson est donné par :

$$\Pi_D(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \frac{\Delta S}{\pi} \sum_n \frac{\psi_n^*(\mathbf{r}) \psi_n(\mathbf{r}')}{-i\omega + E_n} \quad (\text{B.1})$$

avec E_n et ψ_n les valeurs et vecteurs propres de l'équation de diffusion :

$$-\hbar D \Delta_r \psi_n(\mathbf{r}) = E_n \psi_n(\mathbf{r}) \quad (\text{B.2})$$

Le système considéré est un anneau circulaire bidimensionnel de périmètre L , de rayon R et de largeur W avec $W \ll L$. Dans ce cas les solutions de l'équation de diffusion sont :

$$\psi_{m,n}(x,y) = \sqrt{\frac{2}{LW}} \cos \pi m \frac{y}{W} \exp i 2\pi n \frac{x}{L} \quad (\text{B.3})$$

avec $m \in \mathbb{N}^*$ et $n \in \mathbb{Z}$. Les modes correspondant à $m = 0$ ont la forme :

$$\psi_{m=0,n}(x,y) = \sqrt{\frac{1}{LW}} \exp i 2\pi n \frac{x}{L} \quad (\text{B.4})$$

x est la coordonnée le long de l'anneau et y la coordonnée radiale. y est choisi de telle façon que l'anneau corresponde à $y \in [0, W]$. Les conditions aux limites selon la direction y sont celle de bords parfaitement réfléchissant. Les valeurs propres correspondantes sont :

$$E_{m,n} = E_c \left[2\pi n^2 + m^2 \frac{\pi}{2} \left(\frac{L}{W} \right)^2 \right] \quad (\text{B.5})$$

$E_c = \hbar D / L^2$ est l'énergie de Thouless¹. La densité de charge, moyennée sur la largeur de l'anneau, pour un anneau soumis à un champs électrique E dans le plan de l'anneau est

1. Au vu de la forme des énergies propres le diffuson est mal défini à cause de la divergence induite par le mode ($m = 0, n = 0$). Toutefois pour le calcul qui nous intéresse ici ce mode ne donne aucune contribution du fait des règles de sélections introduites par la forme du potentiel écrané

donnée par :

$$\rho(x = R \cos \theta, y) = \frac{\epsilon_0 \pi R E}{W \ln(R/W)} \cos \theta \quad (\text{B.6})$$

Cette densité de charge permet de retrouver le résultat classique pour la polarisabilité d'un anneau quasi-1D $\alpha_{1D} = \epsilon_0 \pi^2 R^3 / \ln(R/W)$. Dans l'approximation de Thomas-Fermi le potentiel écranté moyen est donnée par :

$$F(x = R \cos \theta, y) = \frac{R \lambda_s E}{2W \ln(R/W)} \cos \theta \quad (\text{B.7})$$

A l'aide de ce potentiel et de l'expression du diffuson on peut mener le calcul à bien de façon analytique. Du fait de la symétrie particulière du potentiel écranté seuls les modes $(m = 0, n = 1)$ et $(m = 0, n = -1)$ donnent une contribution non nulle qui est telle que :

$$\frac{\delta_{\Phi} \alpha'}{\alpha_{1D}} = \epsilon_r f\left(\frac{L}{W}\right) \frac{\lambda_s}{W} \frac{\Delta}{E_c} \quad (\text{B.8})$$

avec $f(x) = 1/(4\pi^2 \ln x/2\pi)$.

Annexe C

Résultats sur quelques fonctions de corrélation dans les systèmes diffusifs.

Nous rappelons dans cette annexe quelques résultats sur les fonctions de corrélation entre niveaux d'énergie et entre fonctions d'onde. Ces résultats sont tirés du livre de Mehta [33] et des articles de Blanter et/ou Mirlin [7, 37, 95, 146].

C.1 Corrélation entre niveaux d'énergie

C.1.1 Corrélation à deux niveaux

Cette fonction de corrélation, notée $R_2(\epsilon)$ est reliée à la densité de probabilité de trouver deux niveaux d'énergie, qui ne sont pas forcément adjacents, à une distance ϵ . On utilise les notations suivantes :

$$f(s) = \frac{\sin s}{s}; g(s) = \frac{df}{ds}(s); h(s) = \int_s^{+\infty} f(s_1) ds_1 \quad (\text{C.1})$$

On a alors :

$$R_2^{GOE}(s) = 1 - (f(s))^2 - g(s)h(s) \quad (\text{C.2})$$

$$R_2^{GUE}(s) = 1 - (f(s))^2 \quad (\text{C.3})$$

La variable s se déduit de l'énergie ϵ par $s = \pi\epsilon/\Delta$, Δ étant l'écart moyen entre niveaux. Ces deux fonctions sont représentées sur la figure C.1. On notera la répulsion de niveau plus importante à faible énergie en GUE par rapport à GOE. Cette propriété traduit une rigidité spectrale plus importante en GUE.

C.1.2 Corrélation à trois niveaux

Cette fonction, notée $R_3(\epsilon, \epsilon_1)$, est reliée à la densité de probabilité de trouver dans un système diffusif trois niveaux $\epsilon_a < \epsilon_b < \epsilon_c$ tels que $\epsilon_c - \epsilon_a = \epsilon$ et $\epsilon_b - \epsilon_a = \epsilon_1$. Dans

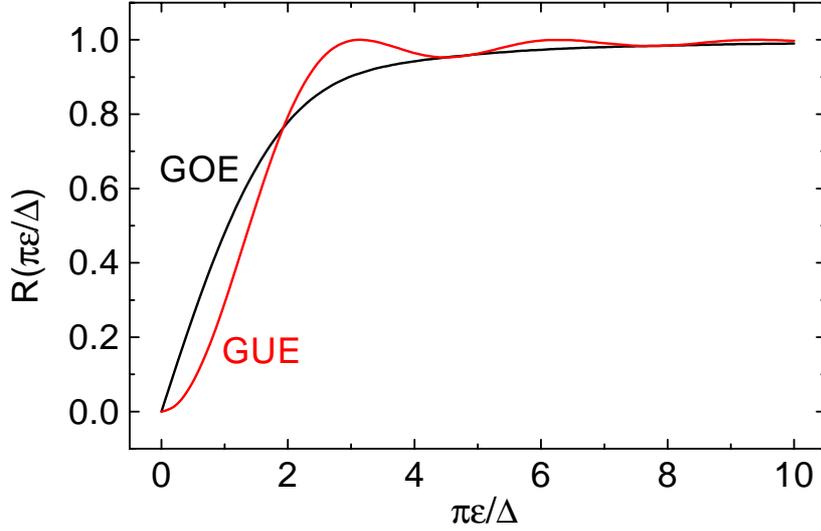


FIG. C.1 – Fonction de corrélation à deux niveaux en GOE et GUE.

les systèmes que nous étudions nous nous servons exclusivement de la différence de cette fonction entre GOE et GUE, différence qui est telle que :

$$[R_3^{GUE}(s, s_1) - R_3^{GOE}(s, s_1)] - [R_2^{GUE}(s) - R_2^{GOE}(s)] = 2 [g(s_1)h(s_1) - f(s)g(s_1)h(s - s_1) + g(s)f(s_1)h(s - s_1) + h(s)f(s_1)g(s - s_1)] \quad (C.4)$$

C.2 Corrélations entre fonctions d'onde

On peut distinguer deux types de corrélations, d'une part les corrélations que nous qualifierons de "diagonales" car elles mettent en jeu les corrélations sur une même fonction d'onde à deux positions différentes moyennées sur le désordre et d'autre part des fonctions de corrélations "non-diagonales" entre fonction d'onde différentes distinctes en énergie.

C.2.1 Corrélations diagonales

Dans le cas diagonal, il vient :

$$\begin{aligned} V^2 \langle |\psi_\alpha(\mathbf{r}_1)\psi_\alpha(\mathbf{r}_2)|^2 \rangle_\mu &= [1 + 2k_d(r)] [1 + 2\Pi_D(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)] \quad (GOE) \\ V^2 \langle |\psi_\alpha(\mathbf{r}_1)\psi_\alpha(\mathbf{r}_2)|^2 \rangle_\mu &= [1 + k_d(r)] [1 + \Pi_D(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)] \quad (GUE) \end{aligned}$$

avec V le volume de l'échantillon, $r = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$, $k_d(r)$ une fonction qui décroît sur une échelle de longueur de l'ordre du libre parcours moyen l_e et $\Pi_D(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ le diffuson, relié à

la probabilité qu'un électron introduit en \mathbf{r}_1 se trouve en \mathbf{r}_2 . Plus précisément on a

$$k_d(\mathbf{r}) = \exp(-r/l_e) \begin{cases} J_0^2(p_F r) & 2\text{D} \\ (p_F r)^{-2} \sin(p_F r)^2 & 3\text{D} \end{cases}$$

Le diffuson est calculé en résolvant l'équation de diffusion correspondant à la géométrie considérée (voir par exemple l'annexe B).

C.2.2 Corrélations non-diagonales

Dans le cas non-diagonal on a :

$$\begin{aligned} V^2 \langle \psi_\alpha^*(\mathbf{r}_1) \psi_\beta(\mathbf{r}_1) \psi_\alpha(\mathbf{r}_2) \psi_\beta^*(\mathbf{r}_2) \rangle_{\mu,\omega} &= k_d(r) + [1 + k_d(r)] \Pi_D(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) \quad (GOE) \\ V^2 \langle \psi_\alpha^*(\mathbf{r}_1) \psi_\beta(\mathbf{r}_1) \psi_\alpha(\mathbf{r}_2) \psi_\beta^*(\mathbf{r}_2) \rangle_{\mu,\omega} &= k_d(r) + \Pi_D(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) \quad (GUE) \end{aligned}$$

Annexe D

Modèle d'Anderson

Le modèle d'Anderson est un modèle de liaison forte avec désordre sur site qui est assez largement utilisé pour la modélisation de systèmes désordonnés. Le hamiltonien considéré est le suivant :

$$H = \sum_i \epsilon_i c_i^\dagger c_i + \sum_{i \neq j} t_{ij} c_i^\dagger c_j$$

Les énergies sur site sont choisies aléatoirement dans un intervalle $[-W/2, W/2]$. Les intégrales de saut t_{ij} sont prises nulles si les sites indicés i et j ne sont pas premiers voisins. Dans le cas contraire :

$$t_{ij} = t \exp \left(i \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_{r_i}^{r_j} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} \right)$$

avec \mathbf{A} le potentiel vecteur associé au champ magnétique \mathbf{B} appliqué. Cette manière de définir les intégrales de sauts entre sites premiers voisins permet de prendre en compte l'effet du champ magnétique au sein de l'échantillon et se démarque de ce fait de précédentes simulations [65], [pub6] pour lesquelles seul le flux magnétique était intégré dans le calcul via les conditions aux limites sur les fonctions d'onde. Comme nous travaillons sur réseau l'intégrale intervenant dans la phase de l'intégrale de saut est simplement donnée par $(\mathbf{A}_j - \mathbf{A}_i) \cdot \mathbf{r}_{ij}$ avec $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i$. La jauge choisie dans nos simulations est la jauge symétrique $\mathbf{A} = \mathbf{B} \wedge \mathbf{r}/2$.

La «force» du désordre est, dans ce modèle, donnée par le paramètre W/t . Le libre parcours moyen élastique l_e peut se déduire de ce paramètre par la formule empirique $l_e = 30(t/W)^2$. On peut donc en jouant sur la force du désordre atteindre le régime diffusif. En calculant numériquement, pour différentes valeurs de champ magnétique, les énergies propres (figure D) et les vecteurs propres de la matrice associée à H on peut calculer la variation avec le champ magnétique des propriétés du système modélisé. Pour accéder à la valeur moyenne d'une quantité dans le régime diffusif nous tirons parti des propriétés d'ergodicité qui nous permettent d'effectuer une moyenne sur le remplissage au lieu d'une moyenne sur le désordre, ce dernier type de moyenne demandant d'importants temps de calcul.

Nous nous sommes attachés au cours de cette thèse à l'étude d'échantillons de forme rectangulaire et d'anneaux carrés de largeur variable. Les diagonalisations ont été réalisées

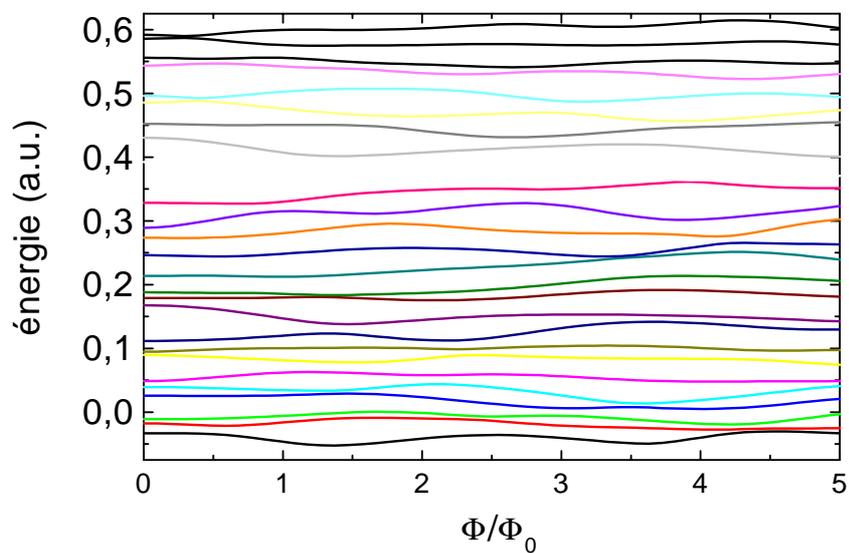


FIG. D.1 – Vue d'une partie du spectre d'un rectangle de 10×20 sites avec un désordre $W = 2$ calculé dans le modèle d'Anderson pour différentes valeurs de flux magnétique dans la surface de l'échantillon. On notera la répulsion des niveaux induite par le désordre ainsi que les corrélations dans le spectre.

en utilisant les ressources du centre de calcul IDRIS (CNRS).

Annexe E

Publications

Cette thèse a donné lieu aux publications suivantes:

- [pub1] *Supercurrents through Single-Walled Carbon Nanotubes.*
A.Yu. Kasumov, R. Deblock, M. Kociak, B. Reulet, H. Bouchiat, I.I. Khodos, Yu.B. Gorbатов, V.T. Volkov, C. Journet and M. Burghard, *Science* **284**, 1508 (1999).
- [pub2] *Proximity-induced superconductivity in carbon nanotubes.*
A.Yu. Kasumov, R. Deblock, M. Kociak, B. Reulet, H. Bouchiat, I.I. Khodos, Yu.B. Gorbатов, V.T. Volkov, C. Journet, O. Stephan and M. Burghard, *C. R. Acad. Sci. Paris*, t. 327, Série II b, p. 933-943, 1999.
- [pub3] *Measurements of flux dependent screening in Aharonov-Bohm rings.*
R. Deblock, Y. Noat, H. Bouchiat, B. Reulet and D. Mailly, *Phys. Rev. Lett.* **84** (23), 5379 (2000).
- [pub4] *Acoustoelectric Effects in Carbon Nanotubes.*
B. Reulet, A.Yu. Kasumov, M. Kociak, R. Deblock, I.I. Khodos, Yu.B. Gorbатов, V.T. Volkov, C. Journet and H. Bouchiat, *Phys. Rev. Lett.* **85** (13), 2829 (2000).
- [pub5] *Signature of phase coherence in isolated mesoscopic systems.*
Richard Deblock, Yves Noat, Bertrand Reulet, Hélène Bouchiat, *C. R. Acad. Sci. Paris*, t. 1, Série IV, p. 787-800, 2000.
- [pub6] *Magneto-polarizability of mesoscopic rings*
Y. Noat, R. Deblock, B. Reulet and H. Bouchiat, *to be published* [cond-mat/0107408].
- [pub7] *AC electric and magnetic responses of non-connected Aharonov-Bohm rings.*
R. Deblock, Y. Noat, B. Reulet, H. Bouchiat and D. Mailly, *to be published* [cond-mat/0106474].

[pub8] *Diamagnetic orbital response of mesoscopic silver rings*

R. Deblock, R. Bel, B. Reulet, H. Bouchiat and D. Mailly, *to be published* [cond-mat/0109527].

[pub9] *Proximity induced and intrinsic superconductivity in carbon nanotubes.*

M. Kociak, R. Deblock, A.Yu. Kasumov, S. Guéron, B. Reulet, I.I. Khodos, Yu.B. Gorbatov, V.T. Volkov, L. Vaccarini and H. Bouchiat, *en préparation*.

Bibliographie

- [1] Y. Imry, *Introduction to Mesoscopic Physics* (Oxford University Press, New York, 1997).
- [2] B. Altshuler, P. Lee, and R. Webb, *Mesoscopic Phenomena in Solids* (Elsevier, Amsterdam, 1991).
- [3] S. Strässler, M. Rice, and P. Wyder, Phys. Rev. B **6**, 2575 (1972).
- [4] M. Rice, W. R. Schneider, and S. Strässler, Phys. Rev. B **8**, 474 (1973).
- [5] K. Efetov, Phys. Rev. Lett. **76**, 1908 (1996).
- [6] Y. Noat, B. Reulet, and H. Bouchiat, Europhys. Lett. **36**, 701–706 (1996).
- [7] Y. Blanter and A. Mirlin, Phys. Rev. B **57**, 4566 (1998).
- [8] F. Sondheimer, Acc. Chem. Res. **5**, 81 (1972).
- [9] V. Kravtsov and B. Altshuler, Phys. Rev. Lett. **84**, 3394 (2000).
- [10] P. Anderson, Phys. Rev. **109**, 1492 (1958).
- [11] E. Abrahams, P. Anderson, D. Licciardello, and T. Ramakrishnan, Phys. Rev. Lett. **42**, 673 (1979).
- [12] S. Chakravarty and A. Schmid, Physics Report **140**, 193–236 (1986).
- [13] V. Prigodin, B. Altshuler, K. Efetov, and S. Iida, Phys. Rev. Lett. **72**, 546 (1994).
- [14] K. Efetov, Advances in Physics **32**, 53–127 (1983).
- [15] R. Landauer, IBM J. Res. Dev. **1**, 223 (1957).
- [16] R. Landauer, Phil. Mag. **21**, 863 (1970).
- [17] R. Landauer, Z. Phys. B **24**, 247 (1975).
- [18] B. van Wees, H. van Houten, C. Beenaker, J. Williamson, L. Kouwenhoven, D. van der Marel, and C. Foxon, Phys. Rev. Lett. **60**, 848 (1988).
- [19] R. de Picciotto, H. Stormer, L. Pfeiffer, K. Baldwin, and K. West, Nature **411**, 51 (2001).
- [20] C. Beenaker, Reviews of Modern Physics **69**, 731 (1997).
- [21] S. Datta, *Electronic transport in mesoscopic systems* (University Press, Cambridge, 1995).
- [22] Y. Imry, Europhys. Lett. **1**, 249 (1986).
- [23] Y. Aharonov and D. Bohm, Phys. Rev. **115**, 485 (1959).
- [24] A. Aronov and Y. Sharvin, Rev. Mod. Phys. **59**, 755 (1987).

- [25] B. Altshuler, A. Aronov, and B. Spivak, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. [JETP Lett. **33**, 94 (1981)] **33**, 101 (1981).
- [26] D. Sharvin and Y. Sharvin, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. [JETP Lett. **34**, 272 (1981)] **34**, 285 (1981).
- [27] J. Pieper and J. Price, Phys. Rev. Lett. **72**, 3586 (1994).
- [28] J. Pieper, J. Price, and J. Martinis, Phys. Rev. B **45**, 3857 (1992).
- [29] R. Feynman, in *Feynman-Lectures*, R. Feynman, R. Leighton, and M. Sands, eds., (Addison-Wesley, London, 1971).
- [30] S. Hikami, A. Larkin, and Y. Nagaoka, Prog. Theor. Phys. **63**, 707 (1980).
- [31] G. Bergmann, Phys. Rev. Lett. **48**, 1046 (1982).
- [32] G. Bergmann, Phys. Rep. **107**, 1–58 (1984).
- [33] M. Mehta, *Random Matrices and the Statistical Theory of Energy Levels* (Academic Press, New York, 1967).
- [34] B. Altshuler and B. Shklovskii, Zh. Eksp. Teor. Fiz. [Sov. Phys. JETP **64**(1), 127 (1986)] **91**, 220–234 (1986).
- [35] N. Dupuis and G. Montambaux, Phys. Rev. B **43**, 14390 (1991).
- [36] N. Argaman, Y. Imry, and U. Smilansky, Phys. Rev. B **47**, 4440 (1993).
- [37] A. Mirlin, Physics Reports **326**, 259–382 (2000).
- [38] H. Cheung, E. Riedel, and Y. Gefen, Phys. Rev. Lett. **62**, 587 (1989).
- [39] G. Montambaux, H. Bouchiat, D. Sigeti, and R. Friesner, Phys. Rev. B **42**, 7647 (1990).
- [40] V. Ambegaokar and U. Eckern, Phys. Rev. Lett. **65**, 381 (1990).
- [41] V. Ambegaokar and U. Eckern, Phys. Rev. Lett. **67**, 3192 (1991).
- [42] U. Eckern, Z. Phys. B **82**, 393 (1991).
- [43] A. Schmid, Phys. Rev. Lett. **66**, 80 (1991).
- [44] F. von Oppen and E. Riedel, Phys. Rev. Lett. **66**, 84 (1991).
- [45] B. Altshuler, Y. Gefen, and Y. Imry, Phys. Rev. Lett. **66**, 88 (1991).
- [46] K. Efetov, Phys. Rev. Lett. **66**, 2794 (1991).
- [47] A. Altland, S. Iida, A. Müller-Groeling, and H. Weidenmüller, Europhys. Lett. **20**, 155 (1992).
- [48] U. Eckern and A. Schmid, Europhys. Lett. **18**, 457 (1992).
- [49] R. Smith and V. Ambegaokar, Europhys. Lett. **20**, 161 (1992).
- [50] U. Eckern and P. Schwab, Adv. Phys. **44**, 387 (1995).
- [51] V. Chandrasekhar, R. Webb, M. Brady, M. Ketchen, W. Gallagher, and A. Kleinsasser, Phys. Rev. Lett. **67**, 3578 (1991).
- [52] D. Mailly, C. Chapelier, and A. Benoit, Phys. Rev. Lett. **70**, 2020 (1993).
- [53] L. Lévy, G. Dolan, J. Dunsmuir, and H. Bouchiat, Phys. Rev. Lett. **64**, 2074 (1990).
- [54] L. Lévy, Physica B **169**, 245–256 (1991).
- [55] E. Jariwala, P. Mohanty, M. Ketchen, and R. Webb, Phys. Rev. Lett. **86**, 1594 (2001).

- [56] W. Rabaud, L. Saminadayar, D. Mailly, K. Hasselbach, A. Benoît, and B. Etienne, Phys. Rev. Lett. **86**, 3124 (2001).
- [57] B. Reulet, M. Ramin, H. Bouchiat, and D. Mailly, Phys. Rev. Lett. **75**, 124 (1995).
- [58] Y. Noat, H. Bouchiat, B. Reulet, and D. Mailly, Phys. Rev. Lett. **80**, 4955 (1998).
- [59] Y. Noat, B. Reulet, H. Bouchiat, and D. Mailly, Superlattices and Microstructures **23**, 621 (1998).
- [60] Y. Blanter and A. Mirlin, Phys. Rev. B **63**, 113315 (2001).
- [61] P. Fulde and A. Ovchinnikov, Eur. Phys. J. B **17**, 623 (2000).
- [62] R. Landauer and M. Büttiker, Phys. Rev. Lett. **54**, 2049 (1985).
- [63] M. Büttiker, In *New techniques and ideas in quantum measurement theory*, D. Greenberger, ed., pp. 194–209 (Academy of Sciences, 1986).
- [64] N. Trivedi and D. Browne, Phys. Rev. B **38**, 9581 (1988).
- [65] B. Reulet and H. Bouchiat, Phys. Rev. B **50**, 2259 (1994).
- [66] A. Kamenev, Ph.D. thesis, Weizmann Institute of Science, Rehovot, Israel, 1996.
- [67] M. Tinkham, *Introduction to superconductivity*, 2nd ed. (McGraw-Hill, Singapore, 1996).
- [68] L. Lévy, *Magnétisme et supraconductivité* (CNRS Editions-InterEditions, Savoirs Actuels, 1997).
- [69] J. Bardeen, L. Cooper, and J. Schrieffer, Phys. Rev. **108**, 1175 (1957).
- [70] A. Andreev, Zh. Eksp. Teor. Fiz [Sov. Phys. JETP 19,1228 (1964)] **46**, 1823 (1964).
- [71] I. Kulik, Zh. Eksp. Teor. Fiz. [Sov. Phys. JETP **30**(5), 944 (1970)] **57**, 1745–1759 (1969).
- [72] J. Bardeen and J. Johnson, Phys. Rev. B **5**, 72 (1972).
- [73] M. Büttiker and T. Klapwijk, Phys. Rev. B **33**, 5114 (1986).
- [74] C. Ishii, Progr. Theoret. Phys. (Kyoto) **44**, 1525 (1970).
- [75] M. Büttiker, Y. Imry, and R. Landauer, Phys. Rev. **96**, 365 (1983).
- [76] N. Byers and C. Yang, Phys. Rev. Lett. **7**, 46 (1961).
- [77] F. Bloch, Phys. Rev. Lett. **21**, 1241 (1968).
- [78] A. Furusaki, H. Takayanagi, and M. Tsukada, Phys. Rev. Lett. **61**, 132 (1991).
- [79] C. Beenaker and H. van Houten, Phys. Rev. Lett. **66**, 3056 (1991).
- [80] H. Takayanagi, T. Akazaki, and J. Nitta, Phys. Rev. Lett. **75**, 3533 (1995).
- [81] B. Altshuler and B. Spivak, Zh. Eksp. Teor. Fiz [Sov. Phys. JETP **65**(2), 343 (1987)] **92**, 609–615 (1987).
- [82] V. Ambegaokar and A. Baratoff, Phys. Rev. Lett. **10**, 486 (1963).
- [83] I. Kulik and A. Omel'yanchuk, Zh. Eksp. Teor. Fiz. Pis'ma Red. [JETP Lett. **21**, 96 (1975)] **21**, 216 (1975).
- [84] I. Kulik and A. Omel'yanchuk, Fiz. Nizk. Temp. [Sov. J. Low. Temp. Phys. **3**, 459 (1977)] **3**, 945 (1977).
- [85] K. Likharev, Rev. Mod. Phys. **51**, 101 (1979).

- [86] P. Dubos, H. Courtois, B. Pannetier, F. Wilhelm, A. Zaikin, and G. Schön, *Phys. Rev. B* **63**, 064502 (2001).
- [87] V. Kravtsov and V. Yudson, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 210 (1993).
- [88] A. Aronov and V. Kravtsov, *Phys. Rev. B* **47**, 13409 (1993).
- [89] O. Lounasmaa, *Experimental principles and methods below 1K* (Academic Press, New-York, 1974).
- [90] B. Reulet, H. Bouchiat, and D. Mailly, *Europhys. Lett.* **31**, 305–310 (1995).
- [91] T. Ando, A. Fowler, and F. Stern, *Rev. Mod. Phys.* **54**, 437–672 (1982).
- [92] T. Sajoto, Y. Suen, L. Engel, M. Santos, and M. Shayegan, *Phys. Rev. B* **41**, 8449 (1990).
- [93] M. Shayegan, “Topological aspects of low dimensional systems,” In *Les Houches-Session LXIX*, A. Comtet, T. Jolicœur, S. Ouvry, and F. David, eds., pp. 1–52 (EDP Sciences - Springer, 1998).
- [94] F. Stern, *Appl. Phys. Lett.* **43**, 974 (1983).
- [95] Y. Blanter and A. Mirlin, *Phys. Rev. B* **53**, 12601 (1996).
- [96] B. Altshuler and A. Aronov, *Electron-electron interactions in disordered systems* (North Holland, Amsterdam, 1985).
- [97] U. Sivan, Y. Imry, and A. Aronov, *Europhys. Lett.* **28**, 115 (1994).
- [98] A. Kamenev and Y. Gefen, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1976 (1993).
- [99] A. Kamenev and Y. Gefen, *Phys. Rev. B* **49**, 14474 (1994).
- [100] U. Sivan and Y. Imry, *Phys. Rev. B* **35**, 6074 (1987).
- [101] L. Gor’kov and G. Eliashberg, *J. Exptl. Theoret. Phys. (U.S.S.R.)* [*Sov. Phys. JETP* **21**, 940 (1965)] **48**, 1407–1418 (1965).
- [102] C. Beenaker and H. V. Houten, *Phys. Rev. B* **38**, 3232 (1988).
- [103] A. Gougam, F. Pierre, H. Pothier, D. Estève, and N. Birge, *J. Low. Temp. Phys.* **118**, 447 (2000).
- [104] V. Fal’ko and D. Khmel’niskii, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* [*Sov. Phys. JETP* **68**(1), 186 (1989)] **95**, 328–337 (1989).
- [105] A. Bykov, G. Gusev, and Z. Kvon, *Pis’ma Eksp. Teor. Fiz.* [*JETP Lett.* **49**(1), 13 (1989)] **49**, 13 (1989).
- [106] J. Liu, M. Pennington, and N. Giordano, *Phys. Rev. B* **45**, 1267 (1992).
- [107] A. Bykov, Z. Kvon, L. Litvin, Y. V. Nastaushev, V. Mansurov, V. Migal’, and S. Moshchenko, *Pis’ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* [*JETP Lett.* **58**(7), 543 (1993)] **58**, 538–541 (1993).
- [108] R. Bartolo, N. Giordano, X. Huang, and G. Bernstein, *Phys. Rev. B* **55**, 2384 (1997).
- [109] T. Shutenko, I. Aleiner, and B. Altshuler, *Phys. Rev. B* **61**, 10366 (2000).
- [110] M. Vavilov, V. Ambegaokar, and I. Aleiner, *Phys. Rev. B* **63**, 195313 (2001).
- [111] M. Switkes, C. Marcus, K. Campman, and A. Gossard, *Science* **283**, 1905 (1999).
- [112] M. Pascaud and G. Montambaux, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4512 (1999).

- [113] S. Iijima, *Nature* **56**, 154 (1991).
- [114] A. Thess *et al.*, *Science* **273**, 483–487 (1996).
- [115] H. Soh, C. Quate, A. Morpurgo, C. Marcus, J. Kong, and H. Dai, *Appl. Phys. Lett.* **75**, 627 (1999).
- [116] J. Wildöer, L. Venema, A. Rinzler, R. Smalley, and C. Dekker, *Nature* **391**, 59 (1998).
- [117] T. W. Odom, J.-L. Huang, P. Kim, and C. Lieber, *Nature* **391**, 62–64 (1998).
- [118] M. Dresselhaus, G. Dresselhaus, and P. Eklund, *Science of Fullerenes and Carbon Nanotubes* (Academic Press, San Diego, CA, 1996).
- [119] O. Stéphan, P. Ajayan, C. Colliex, F. Cyrot-Lackmann, and E. Sandré, *Phys. Rev. B* **53**, 13824 (1996).
- [120] T. Odom, J. Huang, P. Kim, and C. Lieber, *J. Phys. Chem. B* **104**, 2794–2809 (2000).
- [121] J. Voit, *Rep. Prog. Phys.* **57**, 977–1116 (1994).
- [122] C. Kane, L. Balents, and M. Fisher, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 1932 (1997).
- [123] M. Bockrath, D. Cobden, J. Liu, A. Rinzler, R. Smalley, L. Balents, and P. McEuen, *Nature* **397**, 598 (1999).
- [124] Z. Yao, H. Postma, L. Balents, and C. Dekker, *Nature* **402**, 273 (1999).
- [125] S. Frank, P. Poncharal, Z. Wang, and W. de Heer, *Science* **280**, 1744 (1998).
- [126] S. Tans, M. Devoret, R. Groeneveld, and C. Dekker, *Nature* **394**, 761 (1998).
- [127] A. Bachtold, C. Strunk, J.-P. Salvetat, J. Bonard, L. Forró, T. Nussbaumer, and C. Schönberger, *Nature* **397**, 673 (1999).
- [128] A. Kasumov, H. Bouchiat, B. Reulet, O. Stephan, I. Khodos, Y. Gorbatov, and C. Colliex, *Europhys. Lett.* **43**, 89–94 (1998).
- [129] C. Journet, W. Maser, P. Bernier, A. Loiseau, M. L. de la Chapelle, S. Lefrant, P. Deniard, R. Lee, and J. Fisher, *Nature* **388**, 756 (1997).
- [130] M. Burghard *et al.*, In *Electronic Properties of Novel Materials*, H. Kuzmany *et al.*, ed., pp. 44–49 (American Institute of Physics, New York, 1998).
- [131] H. Stahl, J. Appenzeller, R. Martel, P. Avouris, and B. Lengeler, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 5186 (2000).
- [132] A. Maarouf, C. Kane, and E. Mele, *Phys. Rev. B* **61**, 11156 (2000).
- [133] A. Bachtold, M. Fuhrer, S. Plyasunov, M. Forero, E. Anderson, A. Zettl, and P. McEuen, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 6082 (2000).
- [134] R. Martel, T. Schmidt, H. Shea, T. Hertel, and P. Avouris, *Appl. Phys. Lett.* **73**, 2447 (1998).
- [135] S. Tans, A. Verschueren, and C. Dekker, *Nature* **393**, 49 (1998).
- [136] P. McEuen, M. Bockrath, D. Cobden, Y. Yoon, and S. Louie, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 5098 (1999).
- [137] N. Giordano, *Phys. Rev. B* **43**, 160–174 (1991).
- [138] J. Meyer and G. Minnigerode, *Phys. Lett.* **38A**, 529 (1972).
- [139] D. Maslov, M. Stone, P. Goldbart, and D. Loss, *Phys. Rev. B* **53**, 1548 (1996).

-
- [140] R. Fazio, F. Hekking, A. Odintsov, and R. Raimondi, *Superlattices and Microstructures* **25**, 1163–76 (1999).
- [141] M. Kociak, A. Kasumov, S. Guéron, B. Reulet, I. I. Khodos, Y. B. Gorbatov, V. T. Volkov, L. Vaccarini, and H. Bouchiat, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 2416 (2001).
- [142] M. Kociak, Ph.D. thesis, Université Paris-Sud, Centre d’Orsay, 2001.
- [143] Z. Tang, L. Zhang, N. Wang, X. Zhang, G. Wen, G. Li, J. Wang, C. Chan, and P. Sheng, *Science* **292**, 2462–2465 (2001).
- [144] D. Loss and T. Martin, *Phys. Rev. B* **50**, 12160 (1994).
- [145] Landau and Lifchitz, *Electrodynamique of continuous media* (MIR edition, Moscou, 1969).
- [146] Y. Blanter, *Phys. Rev. B* **54**, 12807 (1996).